Universidad Politécnica de Cartagena

industriales
etsii UPCT

Guía docente de la asignatura

Matemáticas II

Titulación: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

1. Datos de la asignatura

Nombre	Matemáticas II		
Materia*	Matemáticas (Mathematics)		
Módulo*	Materias básicas		
Código	512102001		
Titulación	Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales		
Plan de estudios	Plan 5091. Decreto nº 269/2009 de 31 de julio		
Centro	Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial		
Tipo	Obligatoria		
Periodo lectivo	Primer Cuatrimestre	**Curso**	2º
Idioma	Castellano		

ECTS	6	**Horas / ECTS**	30	**Carga total de trabajo (horas)**	180

*** Todos los términos marcados con un asterisco están definidos en *Referencias para la actividad docente en la UPCT y Glosario de términos:***

http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3330/1/isbn8469531360.pdf

2. Datos del profesorado

Profesor responsable de Teoría y Prácticas Grupo A (Tarde)	Domingo Alcaraz Candela		
Departamento	Matemática Aplicada y Estadística		
Área de conocimiento	Matemática Aplicada		
Ubicación del despacho	Planta 3ª (bajo cubierta), despacho 3055, Antiguo Hospital de Marina		
Teléfono	968 325757	**Fax**	968 326493
Correo electrónico	mingo.alcaraz@upct.es		
URL / WEB	AULA VIRTUAL UPCT		
Horario de atención / Tutorías	Se anunciará en clase al inicio del curso y estarán expuestas en el Aula Virtual		
Ubicación durante las tutorías	Despacho del profesor en planta 3ª (bajo cubierta) del Antiguo Hospital de Marina o en la Residencia Universitaria Alberto Colao		

Titulación	Doctor en Ciencias Matemáticas
Vinculación con la UPCT	Profesor Titular de Universidad
Año de ingreso en la UPCT	Desde febrero de 1996
Nº de quinquenios (si procede)	
Líneas de investigación (si procede)	Sistemas Dinámicos
Nº de sexenios (si procede)	
Experiencia profesional (si procede)	Desde 1996 he impartido clases de Estadística, Álgebra, Cálculo, Ampliación de Cálculo, Cálculo I, Cálculo II, Matemáticas II.
Otros temas de interés	

Profesor responsable de Teoría y Prácticas Grupo B (Mañana)	Roque Molina Legaz		
Departamento	Matemática Aplicada y Estadística		
Área de conocimiento	Matemática Aplicada		
Ubicación del despacho	Planta 3ª (bajo cubierta), despacho 3060, Antiguo Hospital de Marina		
Teléfono	968 338896	**Fax**	968 326493

Correo electrónico	roque.molina@upct.es
URL / WEB	AULA VIRTUAL UPCT
Horario de atención / Tutorías	Se anunciará en clase al inicio del curso y estarán expuestas en el Aula Virtual
Ubicación durante las tutorías	Despacho del profesor en planta 3ª (bajo cubierta) del Antiguo Hospital de Marina

Titulación	Doctor en Ciencias Matemáticas
Vinculación con la UPCT	Profesor Titular de Universidad
Año de ingreso en la UPCT	Desde noviembre de 1987
Nº de quinquenios (si procede)	
Líneas de investigación (si procede)	Mecánica Celeste (Cod. Unesco 120299, 220501,220509)
Nº de sexenios (si procede)	
Experiencia profesional (si procede)	Desde el curso 1987-1988 he impartido asignaturas de Cálculo, Cálculo I, Cálculo II, Ampliación de Cálculo, Algebra y Ecuaciones Diferenciales, Cálculo Numérico, Matemáticas I, Matemáticas II
Otros temas de interés	

3. Descripción de la asignatura

3.1. Descripción general de la asignatura

El objetivo básico de la asignatura es completar la formación matemática de los estudiantes del grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales mediante una completa introducción al Análisis Vectorial clásico (o Teoría de Campos) y al Análisis Complejo, haciendo especial hincapié en la relación de estos tópicos con materias específicas de la ingeniería y en su vertiente numérica. Es importante reseñar que a lo largo de la asignatura las nociones analíticas de los conceptos se compatibilizarán y completarán, en la medida de lo posible, con su análisis desde el punto de vista numérico, algo especialmente útil en la formación del ingeniero.

3.2. Aportación de la asignatura al ejercicio profesional

Las leyes físicas que rigen la mayor parte de los fenómenos de interés en Ingeniería, como transmisión de calor, deformaciones de sólidos o comportamiento de fluidos, por citar algunos de ellos, se formulan matemáticamente mediante las herramientas del Análisis Vectorial y a menudo acaban traduciéndose en ecuaciones en derivadas parciales, por lo que no cabe duda de que el conocimiento de estos tópicos, al menos en sus aspectos más básicos y elementales, resulta imprescindible en la formación del ingeniero. Lo mismo podemos afirmar de todo lo relacionado con el análisis complejo y ecuaciones en diferencias. Prueba de ello es que estas materias, incluidas en asignaturas con diferentes denominaciones, se encuentran presentes en la totalidad de los planes de estudio de las diversas ingenierías que se imparten en las distintas universidades españolas. En el caso concreto de la asignatura que nos ocupa, cabe decir que dada la amplitud de la materia ha sido necesario elegir determinados contenidos en detrimento de otros. En esta elección se han tenido en cuenta, fundamentalmente, las necesidades de los estudiantes de la titulación, intentando que los conceptos estudiados en esta asignatura sean de utilidad y sirvan como herramientas para comprender mejor los contenidos de otras. Para ello se hace especial hincapié en la relación de los conceptos estudiados con fenómenos físicos. Pero, al mismo tiempo, se busca ofrecer un curso coherente y estructurado, para que el estudiante no perciba el estudio de las matemáticas como una mera colección de técnicas y “recetas” para resolver problemas, sino que sea también consciente del significado de los diferentes métodos y conozca sus ámbitos de aplicación, para que sea capaz de decidir cuando un procedimiento es adecuado y cuando no lo es. En resumidas cuentas, aunque un ingeniero no es un matemático, por lo que no tiene obligación de conocer el significado profundo de la materia, en particular los detalles más técnicos y sutiles, sí es un “usuario avanzado”, especialmente aquellos que desarrollarán su actividad profesional en el campo emergente de la I+D+i, tanto en instituciones públicas como en empresas privadas, por lo que debe ser consciente de las dificultades que desde el punto de vista puramente matemático encierra la utilización de determinadas técnicas y herramientas para elaborar y manejar modelos matemáticos de problemas reales y de los peligros que entraña su uso indiscriminado.

3.3. Relación con otras asignaturas del plan de estudios

Esta asignatura se plantea como una continuación de Matemáticas I, por lo que es necesario haberla cursado previamente. Cabe decir que Matemáticas II proporciona conocimientos básicos para afrontar con garantías diferentes asignaturas de la titulación. En particular, la parte de análisis vectorial está relacionada con las asignaturas de Termodinámica Aplicada y Mecánica de Fluidos que se imparten simultáneamente; al igual que el análisis complejo es de utilidad en una gran variedad de asignaturas. Finalmente, los contenidos asimilados al cursar la asignatura y la formación adquirida pueden ser interesantes de cara a la realización del Trabajo Fin de Grado.

3.4. Incompatibilidades de la asignatura definidas en el plan de estudios

No existen.

3.5. Recomendaciones para cursar la asignatura

Al ser una asignatura de 2º curso, es aconsejable que el alumno haya superado las asignaturas de Física y Matemáticas I, de primer curso.

3.6. Medidas especiales previstas

A la vista de las diferentes problemáticas que puedan presentarse, se adoptarán medidas tendentes a paliar las dificultades y facilitar la integración de los estudiantes en situaciones especiales (discapacitados, alumnos extranjeros, compatibilizando trabajo/estudio, etc). Se potenciará en particular el uso de medios telemáticos (Aula Virtual, comunicación por e-mail) y de las tutorías.

4. Competencias y resultados del aprendizaje

4.1. Competencias básicas del plan de estudios asociadas a la asignatura

Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

4.2. Competencias generales del plan de estudios asociadas a la asignatura

G3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

G4 - Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial.

CB3 - Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

CB4 - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

4.3. Competencias específicas del plan de estudios asociadas a la asignatura

Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre Análisis Vectorial clásico y de la teoría elemental del Análisis Complejo en sus aspectos analíticos y numéricos.

4.4. Competencias transversales del plan de estudios asociadas a la asignatura

Comunicarse oralmente y por escrito de manera eficaz. Utilizar con solvencia los recursos de información.

4.5. Resultados del aprendizaje de la asignatura

El objetivo genérico de la asignatura es que el estudiante aprenda y domine los conceptos fundamentales del Análisis Vectorial y de la teoría elemental de las ecuaciones en derivadas parciales y sea capaz de utilizarlos en situaciones prácticas relacionadas con los contenidos de la titulación. Más concretamente, al finalizar la asignatura el estudiante deberá ser capaz de:

(1) Conocer las definiciones de campo escalar y vectorial, saber distinguir claramente entre ambos conceptos y manipularlos con soltura, en particular, debe saber expresar un campo escalar o vectorial en cualquier sistema de coordenadas.
(2) Conocer los operadores diferenciales clásicos y saber calcularlos en los diferentes sistemas de coordenadas.
(3) Parametrizar curvas sencillas y manipularlas, así como calcular integrales de campos a lo largo de curvas directamente usando la definición en casos elementales o aproximando su valor mediante un método numérico adecuado en casos complicados.
(4) Conocer la idea intuitiva de superficie, manejar con soltura parametrizaciones y saber

calcular sus elementos fundamentales: plano tangente y vector normal.
(5) Conocer la definición de integral de un campo sobre una superficie y saber calcularla.
(6) Conocer de forma detallada los enunciados de los teoremas de Green, divergencia de Gauss y Stokes y saber aplicarlos para resolver problemas no triviales.
(7) Conocer, de forma detallada, los principios fundamentales del Análisis Complejo y de las funciones analíticas.
(8) Conocer como realizar integración compleja sobre curvas, así como los principales teoremas de integración compleja y la transformada Z.
(9) Conocer una primera aproximación a la resolución de Ecuaciones en Derivadas Parciales.

Las actividades de enseñanza/aprendizaje diseñadas permitirán al alumno desarrollar además diferentes capacidades como: trabajo individual y en equipo, análisis de problemas y síntesis de información, expresión escrita y comunicación oral, diseño de procedimientos de resolución de problemas

5. Contenidos

5.1. Contenidos del plan de estudios asociados a la asignatura

Operadores diferenciales. Integrales sobre curvas. Integrales de superficie. Teoremas de Stokes y de Gauss. El Cuerpo de los números complejos. Funciones de variable compleja. Integración compleja sobre curvas. Teoremas de integración compleja. Series de Potencias y Laurent. Transformada Z. Teorema de los Residuos. Introducción a las EDP.

5.2. Programa de teoría (unidades didácticas y temas)

UNIDAD DIDÁCTICA 1: VARIABLE COMPLEJA

- **[T1.1] Tema 1. El cuerpo de los números complejos.** El conjunto de los números complejos. Operaciones con complejos en forma binómica. El plano complejo. Operaciones con complejos en forma polar y exponencial: Teorema de Moivre. Fórmula de Euler.

- **[T2.1] Tema 2. Funciones de variable compleja.** Definiciones. Límites. Continuidad. Derivada compleja: Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Funciones complejas elementales. Singularidades. Clasificación de singularidades mediante límites.

- **[T3.1] Tema 3. Integración en el plano complejo**. Curvas en C. Integración sobre curvas: Teorema de Cauchy-Goursat. Fórmulas integrales de Cauchy.

- **[T4.1] Tema 4. Series complejas.** Sucesiones y series de números complejos. Series de potencias de números complejos. Series de Taylor. Series de Laurent. Clasificación de singularidades mediante series de Laurent. La transformada Z.

- **[T5.1] Tema 5. El teorema de los residuos.** Residuos. Cálculo de Residuos. Teorema de los residuos. Cálculo de integrales reales mediante residuos.

UNIDAD DIDÁCTICA 2: CÁLCULO VECTORIAL

- **[T1.2] Tema 6. Campos escalares y vectoriales.** El espacio R^n. Estructura topológica y geométrica. Sistemas de coordenadas en el plano R^2 y el espacio R^3. Campos escalares y vectoriales. Propiedades elementales y Ejemplos. Operadores diferenciales (gradiente, divergencia y rotacional).
- **[T2.2] Tema 7. Integración en curvas.** Definición y propiedades elementales de las curvas. Integral de un campo escalar a lo largo de una curva. Integral de un campo vectorial a lo largo de una curva. Teoremas de Green y de la divergencia en el plano. Campos conservativos.
- **[T3.2] Tema 8. Integración en superficies.** Superficies diferenciables: significado geométrico y ejemplos. Integración de campos sobre superficies. EL teorema de la divergencia de Gauss. Implicaciones físicas. El teorema de Stokes. Significado físico del rotacional

UNIDAD DIDÁCTICA 3: INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

- **[T1.3] Tema 9. Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales.** Ecuaciones en derivadas parciales con origen en problemas físicos y aplicación en problemas de ingeniería. Ecuación de ondas. Ecuación del calor. Ecuación de Laplace.

5.3. Programa de prácticas (nombre y descripción de cada práctica)

Dentro de las actividades presenciales de la asignatura de contemplan seis sesiones prácticas de una hora de duración cada una en el aula de informática con un triple objetivo:

- Reforzar los contenidos teóricos de la asignatura con el apoyo de medios informáticos que permiten, por ejemplo, visualizar curvas y superficies.
- Desarrollar las habilidades computacionales y de manejo de la información.
- Implementar los métodos de aproximación numérica introducidos en las clases teóricas en el aula.

El software utilizado será wxMaxima (entorno gráfico del código Maxima), un programa freeware que puede descargarse libremente del sitio web *maxima.sourceforge.net*, lo que permite a los estudiantes disponer en sus ordenadores personales del mismo software con el que se realizan las prácticas en el aula de informática.

Las sesiones prácticas que se proponen son las siguientes:

P1. El entorno wxMaxima: aspectos avanzados.
P2. Campos escalares y vectoriales I: representación gráfica.
P3. Campos escalares y vectoriales II: análisis cualitativo y aproximación.
P4 y P5. Integración: métodos exactos y aproximados para calcular integrales de campos en curvas y superficies.
P6. Análisis complejo.

5.4. Programa de teoría en inglés (unidades didácticas y temas)

UNIT 1: COMPLEX VARIABLE

- **[T1.1] Chapter 1. The field of complex numbers.** The set of complex numbers. Complex operations in Cartesian form. The complex plane. Complex operations in polar form: The theorem of Moivre. Euler formulae.
- **[T2.1] Chapter 2. Functions of complex variable.** Definitions. Elementary complex functions. Limits. Continuous functions. Complex derivative: The Equations of Cauchy-Riemann. Singularities. Singularities classifications using limits.
- **[T3.1] Chapter 3. Integration in the complex plane.** Curves in C. Contour integrals. Theorem of Cauchy. Cauchy 's Integral Formula.
- **[T4.1] Chapter 4. Complex series.** Sequences and series of complex number. Power series of complex numbers. Taylor series. Laurent series. Classification of singularities using series. The Z Transform.
- **[T5.1] Chapter 5. The theorem of Residues.** Residues. Calculation of residues. The theorem of the residues. Calculation of real integral using residues.

UNIT 2: INTEGRALS TRANSFORM

- **[T1.2] Chapter 6. Laplace Transform.** Piecewise continuous functions. The Laplace transform. Properties of Laplace Transform. Initial value and final value theorems. Inverse Laplace Transform. Application of Laplace Transform.
- **[T2.2] Chapter 7. Fourier Transform.** The Fourier Transform. Properties of the Fourier Transform. Inverse Fourier Transform.

UNIT 3: PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

- **[T1.3] Chapter 8. An introduction to Partial Differential Equations.** Classical partial differential equations of order two: Heat, wave and Laplace equations. Finite difference method for numerical solution of partial differential equations.

5.5. Objetivos del aprendizaje detallados por unidades didácticas

Como se indica en el apartado 5.2, los contenidos de la asignatura se han agrupado en tres bloques cuyos objetivos se concretan a continuación:

UD. 1. ANÁLISIS COMPLEJO.

En el primero de los temas dedicados a análisis complejo, realizaremos un repaso de las formas de expresar estos números y cuáles son las operaciones habituales con ellos. También introduciremos como calcular funciones elementales (exponencial, trigonométricas, hiperbólicas, etc.) cuando se trabaja en el campo complejo.
En los temas siguientes, y siguiendo un paralelismo con lo realizado en el caso real, introduciremos las funciones de variable compleja (representaciones gráficas, conceptos de límites y continuidad) y cuáles son las operaciones habituales entre ellas, dedicando una especial atención a las funciones que van a ser derivables (analíticas). Con posterioridad veremos como son y cómo se calculan las integrales en C (que serán integrales a lo largo de curvas, por lo que este tema estará relacionado con el bloque 2 de esta asignatura).
Para poder llegar al teorema de los residuos (último de los temas de este bloque), precisaremos de saber desarrollar una función en series de potencias (similar a lo que ocurre en el caso real) y conocer cómo se puede desarrollar una función en otro tipo más general de series, como serán las series de Laurent. De esta forma podremos clasificar los puntos singulares aislados de una función compleja (singularidades evitables, polos y/o singularidades esenciales), así como calcular los residuos en los mismos.

El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- Describir el conjunto de los números complejos y enumerar sus propiedades.
- Expresar un número complejo en cualquiera de sus representaciones (binómica, exponencial, polar, trigonométrica).
- Realizar operaciones elementales de suma, resta, producto y cociente de números complejos en forma binómica.

- Realizar operaciones de potenciación, producto, cociente y radicación de números complejos en forma exponencial o polar.
- Establecer y describir las distintas relaciones (fórmula de Euler, teorema de Moivre, representación en el plano) entre los números complejos y los números reales.
- Definir el concepto de función compleja de variable compleja y establecer las relaciones con las funciones reales.
- Definir el concepto de derivada compleja. Demostrar la derivabilidad de una función compleja de variable compleja mediante las ecuaciones de Cauchy-Riemann. Calcular la derivada de una función compleja de variable compleja.
- Identificar y explicar las funciones complejas de variable compleja siguientes: polinomios complejos, funciones racionales complejas, potenciales, función exponencial compleja, función logaritmo compleja, funciones trigonométricas planas, funciones hiperbólicas.
- Definir y calcular el desarrollo de Taylor de una función analítica.
- Definir y calcular el desarrollo de Laurent de una función compleja de variable compleja.
- Definición, clasificación y estudio de singularidades de funciones complejas.
- Utilización de los desarrollos de funciones complejas en series de funciones para la resolución de ecuaciones en diferencias. Definir y calcular la transformada Z de una sucesión.
- Definir el concepto de curva y caracterizar las curvas más importantes.
- Definir el concepto de integral a lo largo de una curva y cálculo de algunas integrales elementales.
- Definir el concepto de límite y continuidad de funciones complejas de variable compleja y establecer relaciones con los conceptos equivalentes en el caso real.
- Conocer cómo realizar integración compleja sobre curvas, así como los principales teoremas de integración compleja y la transformada Z.

UD 2. CÁLCULO VECTORIAL

En primer lugar se repasan las principales nociones sobre topología (conjuntos abiertos y cerrados, convergencia de sucesiones, etc.) y geometría (producto escalar, ángulo entre vectores, distancia, etc.) del espacio euclídeo N-dimensional que han sido ya estudiadas en Matemáticas I. También se estudia el producto vectorial, con el cual se ha familiarizado el alumno en las asignaturas de Física. A continuación se estudian detalladamente distintos sistemas de coordenadas en el plano (polares y elípticas) y el espacio (cilíndricas, esféricas y elipsoidales) que permiten describir los puntos de forma alternativa a la coordenadas cartesianas usuales, haciendo especial hincapié en la relación de unas coordenadas con otras y en su significado geométrico. Los campos escalares y vectoriales se introducen matemáticamente como funciones de una cierta clase, motivando dichas definiciones mediante ejemplos físicos y analizando su representación en diferentes sistemas de coordenadas. Finalmente se introducen los operadores diferenciales clásicos y se estudia con detalle el procedimiento para obtener sus expresiones en distintos sistemas de coordenadas, así como su utilidad.
El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- Conocer y manejar con soltura los conceptos fundamentales sobre la topología y geometría de R_n.
- Conocer, manejar y entender el significado geométrico de los diferentes sistemas de coordenadas, siendo capaz de determinar cuál es más adecuado para describir una determinada región.
- Distinguir los dos tipos de campos y ser capaz de reescribirlos en diferentes sistemas de coordenadas.
- Conocer las definiciones de los operadores diferenciales clásicos y manejarlos con soltura sobre campos complejos y en distintos sistemas de coordenadas.

El Tema 7 se inicia con la definición de curva, de la cual se ofrecen dos interpretaciones físicas, una dinámica (como trayectoria de una partícula en movimiento) y otra estática (como deformación de un segmento rectilíneo), las cuales se usarán según convenga en cada caso. Se estudian distintos tipos de curvas y se definen diversas operaciones que permiten manipularlas. Seguidamente se introducen las nociones de integral de un campo escalar (motivada por el cálculo de la masa de una cuerda no homogénea conociendo su densidad) y de un campo vectorial (motivada por el cálculo del trabajo necesario para recorrer una cierta trayectoria sometida a la acción de un campo de fuerzas) y se obtienen sus propiedades elementales, resultando particularmente interesante la dependencia de la parametrización de la curva. En el caso particular de las curvas planas se estudia el teorema de Green, que permite transformar la integral de un campo vectorial a lo largo de una curva cerrada que encierra un área en la integral de una cierta función sobre dicha área, lo cual es muy útil para resolver problemas. También se introduce la integral de la componente normal de un campo vectorial a lo largo de una curva y el teorema de la divergencia en el plano. La unidad se cierra con el estudio de los campos conservativos y su relación con el rotacional (en el caso tridimensional) y las funciones potenciales.
El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- Conocer qué es una curva y sepa manipularlas con soltura.
- Conocer las definiciones y las propiedades de las integrales de campos escalares y vectoriales a lo largo de curvas, así como sus implicaciones físicas.
- Calcular explícitamente dichas integrales usando la definición y/o alguna de sus propiedades (descomposición en curvas sencillas, cálculo del potencial del campo, etc.)
- Aproximar numéricamente integrales de línea imposibles de calcular de forma analítica.
- Conocer cuándo y cómo son aplicables los teoremas de Green y de la divergencia en el plano.
- Identificar los campos conservativos y ser capaz de determinar su potencial.

En el tema 8 se introducen de manera intuitiva las superficies diferenciables como regiones del espacio que pueden describirse localmente como deformaciones suaves y reversibles de una región del plano y a continuación de presenta la definición matemática formal de dichos objetos. Tras analizar con detalle diferentes ejemplos y clases de superficies se estudia el plano tangente y el vector normal a una superficie en cada punto, lo cual permite definir de forma sencilla la noción de superficie orientable. En el segundo tema se definen las integrales de campos escalares y vectoriales sobre superficies motivadas por el cálculo de la masa de una superficie a partir de su densidad y por el flujo

de una campo a través de una superficie, respectivamente y se realiza un análisis de sus propiedades similar al realizado en la unidad anterior con las integrales de línea, observándose similitudes y diferencias.
Bajo el epígrafe de Teorema integrales, se han agrupado en esta unidad los dos resultados clásicos del Análisis Vectorial: el teorema de la divergencia de Gauss y el de Stokes. El primero de ellos permite identificar la integral de un campo vectorial sobre una superficie que encierra volumen con la integral de su divergencia en la región limitada por la superficie, es decir, permite transformar una integral de superficie en una integral de volumen, usualmente más sencilla de calcular que la primera. Al mismo tiempo proporciona una interpretación física de la divergencia que justifica el nombre de "incompresibles" que reciben los campos vectoriales con divergencia nula. Por su parte, el teorema de Stokes relaciona la integral de un campo vectorial a lo largo del borde de una superficie (curva cerrada que la limita) con la integral sobre dicha superficie de su rotacional, es decir, en este caso se identifican una integral de línea con una integral de superficie. El teorema de Stokes permite asimismo obtener una interpretación del rotacional que justifica su denominación.
El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- Identificar que un conjunto es una superficie regular y obtener una carta que la describa.
- Calcular el plano tangente y el vector normal a una superficie arbitraria en cada uno de sus puntos, viendo si dicha superficie es o no orientable.
- Calcular explícitamente integrales de campos escalares y vectoriales sobre superficies en casos sencillos.
- Aproximar numéricamente el valor de integrales de superficie con expresiones difíciles del campo y/o de las cartas que la describen.
- Conocer el enunciado preciso de los teoremas de la divergencia de Gauss y de Stokes.
- Resolver problemas no triviales usando ambos resultados, adaptando el problema planteado para ajustarlo a las hipótesis exigidas.
- Conocer las principales implicaciones físicas de los teoremas de la divergencia de Gauss y de Stokes.

UD. 3. INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES.

El primer objetivo de esta unidad es establecer de forma clara y precisa qué es una ecuación en derivadas parciales. Esta definición se ilustra seguidamente analizando una serie de problemas que llevan a plantear ecuaciones en derivadas parciales con condiciones adicionales (iniciales y/o de contorno), en particular se consideran los tres modelos básicos de ecuación asociados a la evolución de la temperatura en una barra (ecuación del calor), oscilaciones transversales de una barra elástica (ecuación de ondas) y deformaciones de sólidos sometidos a fuerzas o campos eléctricos generados por distribuciones de cargas (ecuación de Laplace-Poisson). Estos modelos permiten además introducir y justificar las condiciones iniciales y los tres tipos de condiciones de contorno (Dirichlet, Neumann y Robin) que usualmente acompañan a una ecuación en derivadas parciales. Finalmente se introduce la definición de problema "bien puesto" en el sentido de Hadamard. Este tipo de problemas son los que tienen sentido desde el punto de vista de la física y la ingeniería ya que, hablando informalmente, son lo que admiten solución (existencia), no pueden tener más de una solución (unicidad) y pequeñas variaciones en

las condiciones del problema generan nuevos problemas con soluciones similares.
El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- Saber qué es una ecuación en derivadas parciales y pueda identificarlas en textos científico-técnicos, en particular entre los contenidos de las asignaturas de la titulación.
- Conocer los procedimientos deductivos que llevan a plantear determinados problemas físicos mediante ecuaciones en derivadas parciales con condiciones adicionales.
- Conocer la definición de problema “bien puesto” y su interpretación práctica.
- Analizar la unicidad y la estabilidad de algunos problemas sencillos mediante el estudio de los funcionales de energía.

Prevención de riesgos

La Universidad Politécnica de Cartagena considera como uno de sus principios básicos y objetivos fundamentales la promoción de la mejora continua de las condiciones de trabajo y estudio de toda la Comunidad Universitaria.

Este compromiso con la prevención y las responsabilidades que se derivan atañe a todos los niveles que integran la Universidad: órganos de gobierno, equipo de dirección, personal docente e investigador, personal de administración y servicios y estudiantes.

El Servicio de Prevención de Riesgos Laborales de la UPCT ha elaborado un “Manual de acogida al estudiante en materia de prevención de riesgos” que puedes encontrar en el Aula Virtual, y en el que encontraras instrucciones y recomendaciones acerca de cómo actuar de forma correcta, desde el punto de vista de la prevención (seguridad, ergonomía, etc.), cuando desarrolles cualquier tipo de actividad en la Universidad. También encontrarás recomendaciones sobre cómo proceder en caso de emergencia o que se produzca algún incidente.

En especial, cuando realices prácticas docentes en laboratorios, talleres o trabajo de campo, debes seguir todas las instrucciones del profesorado, que es la persona responsable de tu seguridad y salud durante su realización. Consúltale todas las dudas que te surjan y no pongas en riesgo tu seguridad ni la de tus compañeros.

6. Metodología docente

6.1. Metodología docente*

Actividad*	Técnicas docentes	Trabajo del estudiante	Horas
Clase de teoría	Clase expositiva de teoría y realización de ejemplos que faciliten la comprensión de los resultados. Resolución de dudas planteadas por los estudiantes. Se tratarán los temas de mayor complejidad y los aspectos más relevantes.	Presencial: Toma de apuntes y planteamiento de dudas.	**28**
		No presencial: Estudio de la teoría y los ejemplos. Asistencia a tutorías.	**65**
Clase de problemas	Resolución de problemas por parte del profesor. Planteamiento de problemas y cuestiones para la resolución por parte de los alumnos.	Presencial: Participación activa. Resolución de ejercicios. Planteamientos de dudas.	**20**
		No presencial: Estudio de los problemas resueltos y resolución de los planteados. Asistencia tutorías.	**40**
Seminarios de problemas o entregables	Se programaran dos entregables a lo largo del curso.	Presencial: Discusión y resolución de los problema planteados. Cada estudiante debe contestar a las preguntas formuladas. El entregable se contesta de forma individual.	**2**
Prácticas de Informática	Resolución de problemas con la ayuda de un ordenador.	Presencial: Introducción al manejo de los programas adecuados y uso del mismo para la resolución de los problemas propuestos.	**6**
		No presencial: Repaso de los comandos y problemas de cada práctica. Asistencia a tutorías.	**11**
Exámenes parciales	Prueba escrita sobre la materia impartida. Se trata de la misma prueba para todos los estudiantes. Se realizaran dos parciales que eliminaran materia para el examen final. -El primer examen parcial **EP1** se realizará en la última semana del mes de noviembre y se evaluaran los contenidos explicados en la unidad didáctica 1. -El segundo examen parcial **EP2** se realizará en la última semana lectiva del primer cuatrimestre y se evaluaran los contenidos explicados en las unidades didácticas 2 y 3.	Presencial: Cada estudiante debe contestar a las preguntas formuladas. El examen parcial se contesta de forma individual.	**4**
Examen final	Prueba escrita sobre la materia impartida con dos partes diferenciadas que corresponderán a los contenidos de cada uno de los exámenes parciales **EP1** y **EP2**. Se trata de la misma prueba para todos los estudiantes. El examen final **EF** se realizará en las convocatorias de febrero, junio o septiembre fijadas en el calendario académico oficial del curso en vigor.	Presencial: Cada estudiante debe contestar a las preguntas formuladas. El examen se contesta de forma individual.	**4**
			180

6.2. Resultados (4.5) / actividades formativas (6.1)

Actividades formativas (6.1)	Resultados del aprendizaje (4.5)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Clase de teoría	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Clase de problemas. Resolución de problemas tipo	X	X	X	X	X	X	X	X	
Clase de Prácticas. Sesiones en el aula de informática	X	X	X	X	X	X	X	X	
Seminarios de problemas	X	X	X	X	X	X	X	X	
Tutorías individuales y de grupo	X	X	X	X	X	X	X	X	
Actividades de evaluación sumativa	X	X	X	X	X	X	X	X	X

7. Metodología de evaluación

7.1. Metodología de evaluación*

Actividad	Tipo: Sumativa*	Tipo: Formativa*	Sistema y criterios de evaluación*	Peso (%)	Resultados (4.5) evaluados
Examen final (EF)	X		**Cuestiones teóricas y/o teórico-prácticas:** Diversas cuestiones teóricas simples o acompañadas de una aplicación numérica de corta extensión. Estas cuestiones se orientan a: conceptos, definiciones, etc.) Se evalúan principalmente los conocimientos teóricos. **Puntuación Máxima: 25 puntos.** **Problemas:** Problemas propuestos de media o larga extensión. Se evalúa principalmente la capacidad de análisis y de aplicar correctamente los conocimientos teóricos en casos prácticos. **Puntuación Mínima: 75 puntos.**	80%	[R1], [R2], [R3], [R4], [R5], [R6], [R7], [R8], [R9]
Examen Parcial (EP)	X		**Cuestiones teóricas y/o teórico-prácticas:** Diversas cuestiones teóricas simples o acompañadas de una aplicación numérica de corta extensión. Estas cuestiones se orientan a: conceptos, definiciones, etc.) Se evalúan principalmente los conocimientos teóricos. **Puntuación Máxima: 25 puntos.** **Problemas:** Problemas propuestos de media o larga extensión. Se evalúa principalmente la capacidad de análisis y de aplicar correctamente los conocimientos teóricos en casos prácticos. **Puntuación Mínima: 75 puntos.**	40%	[R1], [R2], [R3], [R4], [R5], [R6], [R7], [R8], [R9]
Entregables (E)	X		Recogida de problemas cortos propuestos realizados en el aula. **Puntuación Máxima: 10 puntos.**	10	[R1], [R2], [R3], [R4], [R5], [R6], [R7], [R8], [R9]
Prácticas de informática (PI)	X		Resolución de problemas de la asignatura asistidos por ordenador. **Puntuación Máxima: 10 puntos.**	10	[R1], [R2], [R3], [R4], [R5], [R6], [R7], [R8], [R9],[R10]

OBSERVACIONES:

El examen final constará de dos partes bien diferenciadas que corresponderán a los contenidos de cada uno de los exámenes parciales **EF=EP1UEP2.** La nota del examen final **NEF** será **NEF=0.6xNEP1+0.4xNEP2.**

Se guardaran las notas obtenidas en los exámenes parciales siempre y cuando sean superiores o iguales a 5 puntos para el examen final de las convocatorias de febrero, junio o septiembre.

Los requisitos necesarios para superar la asignatura son:

a) Obtener al menos 5 puntos en cada uno de los exámenes parciales **NEP1>=5** y **NEP2>=5,** o en el examen final **NF>=5**. Si alguna de estas notas es inferior a 5 puntos la nota final de la asignatura nunca podrá ser superior a 4.4 puntos, es decir, **NF<=4.4**.

b) La nota final de la asignatura, que será la suma ponderada de **NEF**, la **NE** y la **NPI**, deberá ser superior o igual a cinco puntos, es decir, **NF=0.8xNEF+0.1xNE+0.1xNPI>=5**.

Aquellos alumnos que por motivos debidamente justificados, no puedan hacer la evaluación continua y deseen realizar una única prueba final de carácter global, que supondrá el 100% de la nota final (ver el título II, artículo 5, punto 4 del Reglamento de las pruebas de evaluación de los títulos oficiales de grado y de máster con atribuciones profesionales, aprobado por el Consejo de Gobierno de la UPCT en su sesión del 22 de diciembre de 2011), deberán presentar una solicitud al Departamento. Esta prueba global incluirá cuestiones adicionales a las del examen final y estarán relacionadas tanto con la teoría-problemas como con las prácticas de la asignatura, siendo en este caso la ponderación de 90% y 10% respectivamente. El alumno deberá realizar la solicitud de prueba única antes del 20 de noviembre para exámenes del primer cuatrimestre y/o antes del 15 de marzo para exámenes del segundo cuatrimestre.

7.2. Mecanismos de control y seguimiento (opcional)

El seguimiento y control del proceso de aprendizaje del estudiante se llevará a cabo mediante las siguientes acciones:

- Cuestiones planteadas en las clases teóricas y realización de problemas en las clases prácticas en el aula.
- Supervisión durante las sesiones de trabajo en equipo presencial (seminarios de problemas) y revisión de los problemas propuestos para ser realizados individualmente o en equipo de forma no presencial.
- Presentación en la pizarra de problemas propuestos.
- Supervisión del trabajo realizado en las sesiones de prácticas con ordenador y presentación de actividades propuestas.
- Tutorías individuales o en grupo.

8 Bibliografía y recursos

8.1. Bibliografía básica

- Apuntes y transparencias de los profesores. En aula virtual.
- Apuntes del profesor R. Molina en el OCW de la UPCT: http://ocw.bib.upct.es/course/view.php?id=176
- Manual de Prácticas de Informática del profesor (en aula virtual).
- J. E. Marsdem, A. J. Tromba, *Cálculo Vectorial,* Addison Wesley, 1998.
- J. H. Mathews, K. D. Fink, *Métodos Numéricos con MATLAB,* Prentice may, 2000.
- F. Periago, *Teoría de Campos y Ecuaciones en Derivadas Parciales,* Escarabajal, 2003.
- R. V. Churchill, J. W. Brown, *Variable compleja y aplicaciones*, McGraw Hill, 1991.
- J. J. Saameño, *Lecciones de Matemáticas para Ingeniería, Variable Compleja y aplicaciones*, Agora Univ., 1997.

8.2. Bibliografía complementaria

[1] T. M. Apostol, *Calculus Vol. II,* Reverté, 1986.
[2] E. Aranda, P. Pedregal, *Problemas de Cálculo Vectorial,* Septem Ediciones, 2003.
[3] A. C. Fowler, *Mathematical Models in the Applied Sciences,* Cambridge University Press, 1997.
[4] E. Kreyszig, *Matemáticas avanzadas para Ingeniería Vol. 1-2,* Limusa Wiley, 2000.
[5] R. Malek-Madani, *Advanced Engineering Mathematics with Mathematica and MATLAB,* Addison Wesley, 1998.
[6] P. Pedregal, *Iniciación a las Ecuaciones en Derivadas Parciales y al Análisis de Fourier,* Septem Ediciones, 2001.
[7] P. Pedregal, *Cálculo Vectorial. Un enfoque práctico,* Septem Ediciones, 2002.
[8] A. Pinkus, S. Zafrany, *Series and Integral Transforms,* Cambridge University Press, 1990.
[9] M. Rahman, I. Mulolani, *Applied Vector Análisis,* CRC Press, 2008.
[10] J. S. Robertson, *Engineering Mathematics with Mathematica,* McGraw-Hill, 1995.
[11] M. Spiegel, *Transformadas de Laplace,* McGraw-Hill (Serie Schaum), 1985.
[12] H. F. Weinberger, *Curso de Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales con Métodos de Variable Compleja y Transformadas Integrales,* Reverté 1998.

8.3. Recursos en red y otros recursos

- A través del Aul@Virtual los estudiantes tendrán acceso a diverso material complementario de la asignatura. En particular podrán descargarse hojas de problemas de los diferentes temas y apuntes de algunas partes de la misma. Este material se repartirá también en clase. También se subirán al Aul@Virtual los cuadernos con la guía de las sesiones prácticas.
- Los contenidos de Matemáticas II pueden completarse consultando alguno de los portales específicos dedicados a estudiantes de ingeniería como, por ejemplo, www.engineeringtoolbox.com o www.efunda.com. También puede encontrarse material relacionado con los contenidos de la asignatura en la enciclopedia virtual

www.wikipedia.org, en sus versiones en inglés o castellano.

- El programa wxMaxima puede descargarse del sitio web *maxima.sourceforge.net*, donde existen versiones para los sistemas operativos más usuales (Linux, Mac OS, Windows o Android). También puede encontrarse en dicha página una abundante documentación sobre wxMaxima (guías de instalación y manuales) así como manuales de prácticas, textos de apuntes, etc.