



Guía docente de la asignatura

Matemáticas II

Titulación: Grado en Ingeniería Mecánica

1. Datos de la asignatura

	Nombre		Matemáticas II			
	Materia*		Matemáticas (Mathematics)			
	Módulo*		Materias específicas			
	Código		508102001			
	Titulación		Grado en Ingeniería Mecánica			
	Plan de estudios		Decreto nº 269/2009, de 31 de julio (BORM de 04/08/09)			
	Centro		Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial			
	Tipo		Obligatoria			
	Periodo lectivo		Primer Cuatrimestre	Cuatrimestre	1º	Curso 2º
Idioma		Castellano				
ECTS	6	Horas / ECTS	30	Carga total de trabajo (horas)		180

* Todos los términos marcados con un asterisco que aparecen en este documento están definidos en *Referencias para la actividad docente en la UPCT y Glosario de términos*:
<http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3330/1/isbn8469531360.pdf>

2. Datos del profesorado

Profesor responsable	José Alberto Murillo Hernández		
Departamento	Matemática Aplicada y Estadística		
Área de conocimiento	Matemática Aplicada		
Ubicación del despacho	B007, Planta Baja, Antiguo Hospital de Marina		
Teléfono	968 338912	Fax	968 325694
Correo electrónico	alberto.murillo@upct.es		
URL / WEB	Aul@Virtual UPCT (aulavirtual.upct.es)		
Horario de atención / Tutorías	Se anunciará al inicio del curso		
Ubicación durante las tutorías	Despacho profesor		

Titulación	Doctor en Ciencias Matemáticas
Vinculación con la UPCT	Profesor Titular de Universidad
Año de ingreso en la UPCT	1996
Nº de quinquenios (si procede)	4
Líneas de investigación (si procede)	Inclusiones diferenciales, viabilidad y control.
Nº de sexenios (si procede)	1
Experiencia profesional (si procede)	
Otros temas de interés	

Profesor responsable	Guillermo Salinas Martínez		
Departamento	Matemática Aplicada y Estadística		
Área de conocimiento	Matemática Aplicada		
Ubicación del despacho	Edificio de Minas, 2ª Planta		
Teléfono	968 325662	Fax	968 325694
Correo electrónico	guillermo.salinas@upct.es		
URL / WEB			
Horario de atención / Tutorías	Se anunciará al inicio del curso		
Ubicación durante las tutorías	Despacho del profesor		

Titulación	Doctor en Matemáticas
Vinculación con la UPCT	Profesor Asociado
Año de ingreso en la UPCT	2005
Nº de quinquenios (si procede)	
Líneas de investigación (si procede)	Geometría de Cuerpos Convexos
Nº de sexenios (si procede)	
Experiencia profesional (si procede)	La ejercida como docente
Otros temas de interés	

3. Descripción de la asignatura

3.1. Descripción general de la asignatura

El objetivo básico de la asignatura es completar la formación matemática de los estudiantes del Grado en Ingeniería Mecánica mediante una completa introducción al Análisis Vectorial clásico (o Teoría de Campos) y a las ecuaciones en derivadas parciales, haciendo especial hincapié en la relación de estos tópicos con materias específicas de la ingeniería y en su vertiente numérica. Para ello se estudiarán los operadores diferenciales clásicos (gradiente, divergencia y rotacional) en diferentes sistemas de coordenadas, así como los teoremas integrales de Green, Stokes y de la divergencia de Gauss. También las ecuaciones en derivadas parciales más importantes desde el punto de vista de la ingeniería (calor, ondas, Laplace), que se resolverán usando el método de separación de variables y las transformadas de Laplace y Fourier. Es importante reseñar que a lo largo de la asignatura las nociones analíticas de los conceptos se compatibilizarán y completarán, en la medida de lo posible, con su análisis desde el punto de vista numérico, algo especialmente útil en la formación del ingeniero.

3.2. Aportación de la asignatura al ejercicio profesional

Las leyes físicas que rigen la mayor parte de los fenómenos de interés en Ingeniería, como transmisión de calor, deformaciones de sólidos o comportamiento de fluidos, por citar algunos de ellos, se formulan matemáticamente mediante las herramientas del Análisis Vectorial y a menudo acaban traduciendo en ecuaciones en derivadas parciales, por lo que no cabe duda de que el conocimiento de estos tópicos, al menos en sus aspectos más básicos y elementales, resulta imprescindible en la formación del ingeniero. Prueba de ello es que estas materias, incluidas en asignaturas con diferentes denominaciones, se encuentran presentes en la totalidad de los planes de estudio de las diversas ingenierías que se imparten en las distintas universidades españolas. En el caso concreto de la asignatura que nos ocupa, cabe decir que dada la amplitud de la materia ha sido necesario elegir determinados contenidos en detrimento de otros. En esta elección se han tenido en cuenta, fundamentalmente, las necesidades de los estudiantes de la titulación, intentando que los conceptos estudiados en esta asignatura sean de utilidad y sirvan como herramientas para comprender mejor los contenidos de otras. Para ello se incidirá especialmente en la relación de los conceptos estudiados con fenómenos físicos. Pero, al mismo tiempo, se busca ofrecer un curso coherente y estructurado, para que el estudiante no perciba el estudio de las matemáticas como una mera colección de técnicas y “recetas” para resolver problemas, sino que sea también consciente del significado de los diferentes métodos y conozca sus ámbitos de aplicación, para que sea capaz de decidir cuando un procedimiento es adecuado y cuando no lo es. En resumidas cuentas, aunque un ingeniero no es un matemático, por lo que no tiene obligación de conocer el significado profundo de la materia, en particular los detalles más técnicos y sutiles, sí es un “usuario avanzado”, especialmente aquellos que desarrollarán su actividad profesional en el campo emergente de la I+D+i, tanto en instituciones públicas como en empresas privadas, por lo que debe ser consciente de las dificultades que desde el punto de vista puramente matemático encierra la utilización de determinadas técnicas y herramientas para elaborar y manejar modelos matemáticos de problemas reales y de los peligros que entraña su uso indiscriminado.

3.3. Relación con otras asignaturas del plan de estudios

Como se ha mencionado ya en el punto 3.2, esta asignatura se plantea como una continuación de Matemáticas I, por lo que es necesario haberla cursado previamente. Cabe decir que Matemáticas II proporciona conocimientos básicos para afrontar con garantías diferentes asignaturas de la titulación. En particular, la parte de análisis vectorial está relacionada con las asignaturas de Termodinámica Aplicada y Mecánica de Fluidos que se imparten simultáneamente y las ecuaciones en derivadas parciales son una herramienta fundamental en Transmisión de Calor, asignatura de tercer curso. Finalmente, los contenidos asimilados al cursar la asignatura y la formación adquirida pueden ser interesantes de cara a la realización del Trabajo Fin de Grado.

3.4. Incompatibilidades de la asignatura definidas en el plan de estudios

No las hay.

3.5. Recomendaciones para cursar la asignatura

Para cursar con éxito la asignatura es recomendable asistir regularmente a clase y estudiar los contenidos para poder seguir las explicaciones. Asimismo es imprescindible resolver de forma individual los ejercicios propuestos en las hojas.

3.6. Medidas especiales previstas

A la vista de las diferentes problemáticas que puedan presentarse, se adoptarán medidas tendentes a paliar las dificultades y facilitar la integración de los estudiantes en situaciones especiales (discapacitados, alumnos extranjeros, compatibilizando trabajo/estudio, etc). Se potenciará en particular el uso de medios telemáticos (Aula Virtual, comunicación por e-mail) y de las tutorías.

4. Competencias y resultados del aprendizaje

4.1. Competencias básicas* del plan de estudios asociadas a la asignatura

CB3 - Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.

CB4 - Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado

4.2. Competencias generales del plan de estudios asociadas a la asignatura

G3 - Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

G4 - Capacidad de resolver problemas con iniciativa, toma de decisiones, creatividad, razonamiento crítico y de comunicar y transmitir conocimientos, habilidades y destrezas en el campo de la Ingeniería Industrial

4.3. Competencias específicas* del plan de estudios asociadas a la asignatura

E1 - Capacidad para la resolución de los problemas matemáticos que puedan plantearse en la ingeniería. Aptitud para aplicar los conocimientos sobre: álgebra lineal; geometría; geometría diferencial; cálculo diferencial e integral; ecuaciones diferenciales y en derivadas parciales; métodos numéricos; algorítmica numérica; estadística y optimización.

4.4. Competencias transversales del plan de estudios asociadas a la asignatura

T1 - Comunicarse oralmente y por escrito de manera eficaz

T4 - Utilizar con solvencia los recursos de información

4.5. Resultados del aprendizaje de la asignatura**


El objetivo genérico de la asignatura es que el estudiante aprenda y domine los conceptos fundamentales del Análisis Vectorial y de la teoría elemental de las ecuaciones en derivadas parciales y sea capaz de utilizarlos en situaciones prácticas relacionadas con los contenidos de la titulación. Más concretamente, al finalizar la asignatura el estudiante deberá ser capaz de:

- 1. Conocer las definiciones de campo escalar y vectorial, saber distinguir claramente entre ambos conceptos y manipularlos con soltura, en particular, debe saber expresar un campo escalar o vectorial en cualquier sistema de coordenadas.
- 2. Conocer los operadores diferenciales clásicos y saber calcularlos en los diferentes sistemas de coordenadas.
- 3. Saber calcular integrales de campos escalares sobre recintos elementales del plano y el espacio usando el teorema de Fubini y conocer el significado físico de dicha operación (cálculo de áreas y volúmenes, determinación de masas, determinación de momentos de inercia, etc)

4. Conocer las hipótesis del teorema de cambio de variable para integrales y saber aplicarlo en casos prácticos.
5. Parametrizar curvas sencillas y manipularlas, así como calcular integrales de campos a lo largo de curvas directamente usando la definición en casos elementales o aproximando su valor mediante un método numérico adecuado en casos complicados.
6. Conocer la idea intuitiva de superficie, manejar con soltura parametrizaciones y saber calcular sus elementos fundamentales: plano tangente y vector normal.
7. Conocer la definición de integral de un campo sobre una superficie y saber calcularla.
8. Conocer de forma detallada los enunciados de los teoremas de Green, divergencia de Gauss y Stokes y saber aplicarlos para resolver problemas no triviales.
9. Identificar ecuaciones en derivadas parciales en los diferentes contextos científico-técnicos y conocer el planteamiento en términos de las mismas de diferentes problemas de interés (evolución de la temperatura en una barra, oscilaciones transversales, campos eléctricos generados por distribuciones de cargas, etc.)
10. Conocer los elementos básicos del Análisis de Fourier y su relación con el método de separación de variables.
11. Encontrar de forma explícita la solución de problemas asociados a ecuaciones en derivadas parciales mediante el método de separación de variables y las transformadas integrales de Fourier y Laplace.
12. Conocer los fundamentos teóricos del método de las diferencias finitas y saber usarlo para obtener soluciones aproximadas de ecuaciones en derivadas parciales.

**** Véase también la *Guía de apoyo para la redacción, puesta en práctica y evaluación de los resultados del aprendizaje*, de ANECA:**

http://www.aneca.es/content/download/12765/158329/file/learningoutcomes_v02.pdf

CSV:	KzaDzgZTnf3AKDdr1iJ2qy2dD	Fecha:	16/01/2019 13:15:19	
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.			
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E			
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/KzaDzgZTnf3AKDdr1iJ2qy2dD	Página:	8/21	

5. Contenidos

5.1. Contenidos del plan de estudios asociados a la asignatura

Introducción a los métodos numéricos. Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales. Métodos numéricos para la resolución de ecuaciones en derivadas parciales mediante diferencias finitas. Transformadas de Laplace y Fourier. Operadores diferenciales. Integrales sobre curvas. Integrales de superficie. Teoremas integrales.

5.2. Programa de teoría (unidades didácticas y temas)

1. CAMPOS ESCALARES Y VECTORIALES

- Tema 1. El espacio \mathbb{R}^N . Estructura topológica y geométrica
- Tema 2. Sistemas de coordenadas en el plano \mathbb{R}^2 y el espacio \mathbb{R}^3
- Tema 3. Campos escalares y vectoriales. Propiedades elementales y ejemplos
- Tema 4. Operadores diferenciales (gradiente, divergencia y rotacional). Definiciones y propiedades elementales

2. INTEGRACION RIEMANN MULTIPLE

- Tema 5. Integración en rectángulos generalizados. El teorema de Fubini
- Tema 6. Integración en conjuntos elementales del plano y el espacio. Teoremas de Fubini generalizado y Lebesgue
- Tema 7. El teorema de cambio de variables
- Tema 8. Integración en sentido Riemann impropio
- Tema 9. Aplicaciones de la integral: cálculo de áreas y volúmenes de sólidos, determinación del centro de masas, etc.

3. INTEGRACION EN CURVAS

- Tema 10. Definición y propiedades elementales de las curvas
- Tema 11. Integral de un campo escalar a lo largo de una curva
- Tema 12. Integral de un campo vectorial a lo largo de una curva
- Tema 13. Teoremas de Green y de la divergencia en el plano
- Tema 14. Campos conservativos

4. INTEGRACION EN SUPERFICIES

- Tema 15. Superficies diferenciables. Significado geométrico y ejemplos
- Tema 16. Integración de campos sobre superficies

5. TEOREMAS INTEGRALES

- Tema 17. El teorema de la divergencia de Gauss. Implicaciones físicas
- Tema 18. El teorema de Stokes. Significado físico del rotacional

6. INTRODUCCION A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES

- Tema 19. ¿Qué es una ecuación en derivadas parciales?
- Tema 20. Algunos problemas de interés en ingeniería que se formulan en términos de ecuaciones en derivadas parciales
- Tema 21. Problemas “bien puestos” en el sentido de Hadamard

7. METODOS DE RESOLUCION

Tema 22. Series de Fourier y separación de variables
Tema 23. Transformadas integrales (Laplace y Fourier)

8. METODOS NUMERICOS DE APROXIMACION

Tema 24. El método de las diferencias finitas

5.3. Programa de prácticas (nombre y descripción de cada práctica)

Dentro de las actividades presenciales de la asignatura se contemplan sesiones prácticas con un doble objetivo:

- ✓ Reforzar los contenidos teóricos de la asignatura con el apoyo de medios informáticos que permiten, por ejemplo, visualizar curvas y superficies.
- ✓ Desarrollar las habilidades computacionales y de manejo de la información, así como implementar métodos de aproximación numérica.

El software utilizado será Maxima (en particular su entorno gráfico wxMaxima), un programa de código libre (freeware) que puede descargarse libremente del sitio web *maxima.sourceforge.net*, lo que facilita a los estudiantes disponer en sus ordenadores personales del mismo software que el usado en las sesiones prácticas en el aula de informática. Las sesiones prácticas que se proponen son las siguientes:

1. El entorno wxMaxima.
2. Campos escalares y vectoriales I: representación gráfica.
3. Campos escalares y vectoriales II: análisis cualitativo.
4. Integración I: integrales múltiples.
5. Integración II: integrales en curvas y superficies.
6. Ecuaciones en derivadas parciales: implementación de los métodos de separación de variables y diferencias finitas.

Prevención de riesgos

La Universidad Politécnica de Cartagena considera como uno de sus principios básicos y objetivos fundamentales la promoción de la mejora continua de las condiciones de trabajo y estudio de toda la Comunidad Universitaria.

Este compromiso con la prevención y las responsabilidades que se derivan atañe a todos los niveles que integran la Universidad: órganos de gobierno, equipo de dirección, personal docente e investigador, personal de administración y servicios y estudiantes.

El Servicio de Prevención de Riesgos Laborales de la UPCT ha elaborado un “Manual de acogida al estudiante en materia de prevención de riesgos” que puedes encontrar en el Aula Virtual, y en el que encontraras instrucciones y recomendaciones acerca de cómo actuar de forma correcta, desde el punto de vista de la prevención (seguridad, ergonomía, etc.), cuando desarrolles cualquier tipo de actividad en la Universidad. También encontrarás recomendaciones sobre cómo proceder en caso de emergencia o que se produzca algún incidente.

En especial, cuando realices prácticas docentes en laboratorios, talleres o trabajo de campo, debes seguir todas las instrucciones del profesorado, que es la persona

responsable de tu seguridad y salud durante su realización. Consúltale todas las dudas que te surjan y no pongas en riesgo tu seguridad ni la de tus compañeros.

5.4. Programa de teoría en inglés (unidades didácticas y temas)

1. SCALAR AND VECTOR FIELD

- Theme 1. The R^N space. Topological and geometrical structure
- Theme 2. Coordinate systems in the plane R^2 and the space R^3
- Theme 3. Scalar and vector fields. Elementary properties and examples
- Theme 4. Differential operators (gradient, divergence and curl).
Definitions and elementary properties

2. RIEMANN INTEGRATION OF SCALAR FIELDS

- Theme 5. Integration over generalizad rectangles. Fubini’s theorem
- Theme 6. Integration over elementary subsets in the plane and the space.
The theorems of Fubini (in generalized sense) and Lebesgue.
- Theme 7. Transformation theorem for integrals
- Theme 8. Riemann integration of unbounded maps over unbounded sets
- Theme 9. Applications of integration: area and volume of solids, center of mass, etc.

3. LINE INTEGRALS

- Theme 10. Definition and elementary properties of curves
- Theme 11. Integral of a scalar field along a curve
- Theme 12. Integral of a vector field along a curve
- Theme 13. Green’s theorem and divergence in the plane
- Theme 14. Conservative fields

4. INTEGRATION ON SURFACES

- Theme 15. Smooth surfaces. Geometrical meaning and examples
- Theme 16. Integration of fields on surfaces

5. INTEGRAL THEOREMS

- Theme 17. Gauss divergence theorem. Physical applications
- Theme 18. Stokes theorem. Physical meaning of the curl

6. INTRODUCTION TO PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

- Theme 19. What is a partial differential equation?
- Theme 20. Some interesting problems arising from engineering that can
be formulated in terms of partial differential equations
- Theme 21. “Well-posed” problems in the Hadamard's sense

7. SOLVING METHODS

- Theme 22. Fourier series and separation of variables
- Theme 23. Integral transforms (Laplace and Fourier)

8. NUMERICAL METHODS OF APPROXIMATION

- Theme 24. The finite difference method

5.5. Objetivos del aprendizaje detallados por unidades didácticas

Como se indica en el apartado 5.2, los contenidos de la asignatura se han agrupado en siete Unidades Didácticas cuyos objetivos se concretan a continuación.

Unidad 1. CAMPOS ESCALARES Y VECTORIALES. Se subdivide a su vez en cuatro temas. En primer lugar se repasan las principales nociones sobre topología (conjuntos abiertos y cerrados, convergencia de sucesiones, etc.) y geometría (producto escalar, ángulo entre vectores, distancia, etc.) del espacio euclídeo N-dimensional que han sido ya estudiadas en Matemáticas I. También se estudia el producto vectorial, con el cual se ha familiarizado el alumno en las asignaturas de Física. A continuación se estudian detalladamente distintos sistemas de coordenadas en el plano (polares y elípticas) y el espacio (cilíndricas, esféricas y elipsoidales) que permiten describir los puntos de forma alternativa a las coordenadas cartesianas usuales, haciendo especial hincapié en la relación de unas coordenadas con otras y en su significado geométrico. Los campos escalares y vectoriales se introducen matemáticamente como funciones de una cierta clase, motivando dichas definiciones mediante ejemplos físicos y analizando su representación en diferentes sistemas de coordenadas. Finalmente se introducen los operadores diferenciales clásicos y se estudia con detalle el procedimiento para obtener sus expresiones en distintos sistemas de coordenadas, así como su utilidad.

El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- ✓ Conocer y manejar con soltura los conceptos fundamentales sobre la topología y geometría de \mathbb{R}^N .
- ✓ Conocer, manejar y entender el significado geométrico de los diferentes sistemas de coordenadas, siendo capaz de determinar cuál es más adecuado para describir una determinada región.
- ✓ Distinguir los dos tipos de campos y ser capaz de reescribirlos en diferentes sistemas de coordenadas.
- ✓ Conocer las definiciones de los operadores diferenciales clásicos y manejarlos con soltura sobre campos complejos y en distintos sistemas de coordenadas.

Unidad 2. INTEGRACION RIEMANN MULTIPLE. El objetivo de esta unidad es extender la noción de integral en el sentido de Riemann de una función sobre un intervalo a campos escalares sobre subconjuntos acotados del plano \mathbb{R}^2 y el espacio \mathbb{R}^3 . Para ello se introduce en primer lugar el concepto de integrales iteradas sobre rectángulos generalizados (productos cartesianos de intervalos), que gracias al teorema de Fubini permite definir el concepto de integral de Riemann sobre esta clase de conjuntos. A continuación, tras introducir la noción de conjuntos elementales, se define la integral de un campo escalar sobre un conjunto de este tipo y se enuncia la versión generalizada del teorema de Fubini, que permite justificar la definición de integral. Finalmente se introduce la noción de integral de Riemann en sentido impropio de campos escalares no necesariamente acotados sobre regiones no necesariamente acotadas, pero que pueden describirse como unión infinita de conjuntos

elementales. La unidad se completa con el estudio del teorema de cambio de variables que permite simplificar notablemente el cálculo de integrales múltiples describiendo los recintos de integración mediante un sistema de coordenadas adecuado y con diversas aplicaciones de la noción de integral al cálculo de áreas y volúmenes de regiones del plano y el espacio respectivamente o a la determinación del centro de masas de un sólido.

El objetivo de la unidad es que el estudiante sea capaz de:

- ✓ Identificar y describir los conjuntos elementales de \mathbb{R}^N , para $N=1,2$.
- ✓ Identificar los campos vectoriales integrables sobre recintos elementales y calcular sus integrales usando el teorema de Fubini.
- ✓ Saber describir subconjuntos en el sistema de coordenadas más adecuado (aquel que permite una parametrización más simple) y manejar con soltura el teorema de cambio de variables para calcular integrales.
- ✓ Conocer la noción de integral de Riemann en sentido impropio y calcular el valor de la integral en ejemplos concretos.
- ✓ Conocer diversas aplicaciones de la noción de integral y saber cómo calcularlas en casos prácticos.

Unidad 3. INTEGRACION EN CURVAS. Esta unidad se inicia con la definición de curva, de la cual se ofrecen dos interpretaciones físicas, una dinámica (como trayectoria de una partícula en movimiento) y otra estática (como deformación de un segmento rectilíneo), las cuales se usarán según convenga en cada caso. Se estudian distintos tipos de curvas y se definen diversas operaciones que permiten manipularlas. Seguidamente se introducen las nociones de integral de un campo escalar (motivada por el cálculo de la masa de una cuerda no homogénea conociendo su densidad) y de un campo vectorial (motivada por el cálculo del trabajo necesario para recorrer una cierta trayectoria sometida a la acción de un campo de fuerzas) y se obtienen sus propiedades elementales, resultando particularmente interesante la dependencia de la parametrización de la curva. En el caso particular de las curvas planas se estudia el teorema de Green, que permite transformar la integral de un campo vectorial a lo largo de una curva cerrada que encierra un área en la integral de una cierta función sobre dicha área, lo cual es muy útil para resolver problemas. También se introduce la integral de la componente normal de un campo vectorial a lo largo de una curva y el teorema de la divergencia en el plano. La unidad se cierra con el estudio de los campos conservativos y su relación con el rotacional (en el caso tridimensional) y las funciones potenciales.

El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- ✓ Conocer qué es una curva y sepa manipularlas con soltura.
- ✓ Conocer las definiciones y las propiedades de las integrales de campos escalares y vectoriales a lo largo de curvas, así como sus implicaciones físicas.
- ✓ Calcular explícitamente dichas integrales usando la definición y/o alguna de sus propiedades (descomposición en curvas sencillas, cálculo del potencial del campo, etc.)
- ✓ Aproximar numéricamente integrales de línea imposibles de calcular de forma analítica.
- ✓ Conocer cuándo y cómo son aplicables los teoremas de Green y de la divergencia en el plano.

- ✓ Identificar los campos conservativos y ser capaz de determinar su potencial.

Unidad 4. INTEGRACION EN SUPERFICIES. En el primer tema de la unidad se introducen de manera intuitiva las superficies diferenciables como regiones del espacio que pueden describirse localmente como deformaciones suaves y reversibles de una región del plano y a continuación se presenta la definición matemática formal de dichos objetos. Tras analizar con detalle diferentes ejemplos y clases de superficies se estudia el plano tangente y el vector normal a una superficie en cada punto, lo cual permite definir de forma sencilla la noción de superficie orientable. En el segundo tema se definen las integrales de campos escalares y vectoriales sobre superficies motivadas por el cálculo de la masa de una superficie a partir de su densidad y por el flujo de un campo a través de una superficie, respectivamente y se realiza un análisis de sus propiedades similar al realizado en la unidad anterior con las integrales de línea, observándose similitudes y diferencias.

El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- ✓ Identificar que un conjunto es una superficie regular y obtener una carta que la describa
- ✓ Calcular el plano tangente y el vector normal a una superficie arbitraria en cada uno de sus puntos, viendo si dicha superficie es o no orientable.
- ✓ Calcular explícitamente integrales de campos escalares y vectoriales sobre superficies en casos sencillos.
- ✓ Aproximar numéricamente el valor de integrales de superficie con expresiones difíciles del campo y/o de las cartas que la describen.

Unidad 5. TEOREMAS INTEGRALES. Bajo el epígrafe de Teorema integrales, se han agrupado en esta unidad los dos resultados clásicos del Análisis Vectorial: el teorema de la divergencia de Gauss y el de Stokes. El primero de ellos permite identificar la integral de un campo vectorial sobre una superficie que encierra volumen con la integral de su divergencia en la región limitada por la superficie, es decir, permite transformar una integral de superficie en una integral de volumen, usualmente más sencilla de calcular que la primera. Al mismo tiempo proporciona una interpretación física de la divergencia que justifica el nombre de “incompresibles” que reciben los campos vectoriales con divergencia nula. Por su parte, el teorema de Stokes relaciona la integral de un campo vectorial a lo largo del borde de una superficie (curva cerrada que la limita) con la integral sobre dicha superficie de su rotacional, es decir, en este caso se identifican una integral de línea con una integral de superficie. El teorema de Stokes permite asimismo obtener una interpretación del rotacional que justifica su denominación.

El objetivo es que el alumno se capaz de:

- ✓ Conocer el enunciado preciso de los teoremas de la divergencia de Gauss y de Stokes.
- ✓ Resolver problemas no triviales usando ambos resultados, adaptando el problema planteado para ajustarlo a las hipótesis exigidas.
- ✓ Conocer las principales implicaciones físicas de los teoremas de la divergencia de Gauss y de Stokes.

Unidad 6. INTRODUCCION A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES.

El primer objetivo de esta unidad es establecer de forma clara y precisa qué es una ecuación en derivadas parciales. Esta definición se ilustra seguidamente analizando una serie de problemas que llevan a plantear ecuaciones en derivadas parciales con condiciones adicionales (iniciales y/o de contorno), en particular se consideran los tres modelos básicos de ecuación asociados a la evolución de la temperatura en una barra (ecuación del calor), oscilaciones transversales de una barra elástica (ecuación de ondas) y deformaciones de sólidos sometidos a fuerzas o campos eléctricos generados por distribuciones de cargas (ecuación de Laplace-Poisson). Estos modelos permiten además introducir y justificar las condiciones iniciales y los tres tipos de condiciones de contorno (Dirichlet, Neumann y Robin) que usualmente acompañan a una ecuación en derivadas parciales. Finalmente se introduce la definición de problema “bien puesto” en el sentido de Hadamard. Este tipo de problemas son los que tienen sentido desde el punto de vista de la física y la ingeniería ya que, hablando informalmente, son lo que admiten solución (existencia), no pueden tener más de una solución (unicidad) y pequeñas variaciones en las condiciones del problema generan nuevos problemas con soluciones similares.

El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- ✓ Saber qué es una ecuación en derivadas parciales y pueda identificarlas en textos científico-técnicos, en particular entre los contenidos de las asignaturas de la titulación.
- ✓ Conocer los procedimientos deductivos que llevan a plantear determinados problemas físicos mediante ecuaciones en derivadas parciales con condiciones adicionales.
- ✓ Conocer la definición de problema “bien puesto” y su interpretación práctica.
- ✓ Analizar la unicidad y la estabilidad de algunos problemas sencillos mediante el estudio de los funcionales de energía.

Unidad 7. METODOS DE RESOLUCION. Una vez planteado un problema compuesto por una ecuación diferencial y una serie de condiciones adicionales, que usualmente va a proceder del análisis de un fenómeno físico, se plantea la cuestión de establecer la existencia de solución y de su determinación. En esta unidad se estudian dos procedimientos que permiten obtener explícitamente soluciones exactas para una amplia clase de problemas. En primer lugar se estudiará el método de separación de variables, especialmente útil para obtener la solución de problemas de contorno en recintos acotados con geometrías sencillas y que nosotros explotaremos fundamentalmente en el caso unidimensional. Este método se basa en la utilización de las series de Fourier, por lo que previamente estudiaremos sus propiedades, haciendo especial hincapié en la convergencia puntual. El segundo procedimiento, las transformadas integrales, consiste en transformar el problema original mediante una transformación reversible (inyectiva) en un problema más sencillo que sabemos resolver, y en obtener la solución del problema original como la transformada inversa de la solución del problema transformado. Este procedimiento permite resolver ecuaciones en derivadas parciales sobre recintos espaciales no acotados. Las trasformaciones que estudiaremos son las de Laplace y Fourier.

El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- ✓ Conocer el mecanismo del método de separación de variables y su justificación teórica.
- ✓ Calcular la serie de Fourier asociada a una función arbitraria en un intervalo simétrico alrededor del origen y estudiar su convergencia puntual.
- ✓ Aplicar el método de separación de variables para resolver problemas de contorno en recintos unidimensionales para las ecuaciones más habituales (calor, ondas y Laplace-Poisson).
- ✓ Manejar las aproximaciones finitas obtenidas por truncamiento de las soluciones exactas proporcionadas por el método de separación de variables para obtener información cualitativa y cuantitativa.
- ✓ Conocer las definiciones de las transformadas de Laplace y Fourier y sus propiedades elementales.
- ✓ Saber calcular las transformadas de funciones sencillas y conocer los procedimientos para determinar transformadas inversas.

Unidad 8. METODOS NUMERICOS DE APROXIMACION. Los métodos para obtener soluciones exactas de ecuaciones en derivadas parciales estudiados en la Unidad 5 presentan importante limitaciones, en particular no sirven cuando las ecuaciones presentan expresiones complicadas, por ejemplo en el término fuente, o cuando se tienen recintos espaciales bi o tridimensionales con geometrías arbitrarias. Es por ello que se desarrollan diferentes métodos numéricos de aproximación de las soluciones que, si bien no proporcionan la solución exacta, en general, permiten aproximarla tanto como se quiera. En esta unidad nos centraremos en el método de las diferencias finitas, analizando sus fundamentos teóricos y viendo cómo se utiliza en la práctica para resolver problemas concretos. Completaremos estos contenidos con una sesión práctica en el aula de informática, en la que se implementará dicho método.

El objetivo es que el alumno sea capaz de:

- ✓ Conocer las limitaciones de los métodos de cálculo de soluciones exactas y la necesidad de disponer de métodos de aproximación numérica.
- ✓ Entender los fundamentos teóricos del método de las diferencias finitas y su utilización práctica en problemas concretos.
- ✓ Diseñar algoritmos de aproximación basados en el método de las diferencias finitas, implementarlos en el ordenador y analizar las soluciones que proporcionan.

6. Metodología docente

6.1. Metodología docente*

Actividad*	Técnicas docentes	Trabajo del estudiante	Horas
Clase de teoría.	Clase expositiva fundamentalmente en pizarra, aunque eventualmente se usarán medios audiovisuales de apoyo (presentaciones de ordenador). Se fomentará la participación de los estudiantes para que planteen sus dudas. Se tratarán los temas de mayor complejidad y los aspectos más relevantes	<u>Presencial</u> : Toma de apuntes y revisión con los compañeros. Seguimiento de los contenidos y planteamiento de dudas.	1
		<u>No presencial</u> : Estudio de la materia.	2
Clase de problemas. Resolución de problemas tipo y casos prácticos	Se resolverán problemas tipo y se analizarán casos prácticos. Se enfatizará el trabajo en plantear métodos de resolución adecuados más que en los resultados. Se plantearán problemas y/o casos prácticos similares para que los alumnos lo vayan resolviendo individualmente o por parejas, siendo guiados paso a paso por el profesor.	<u>Presencial</u> : Participación activa. Resolución de ejercicios. Planteamiento de dudas	0,6
		<u>No presencial</u> : Estudio de la materia. Resolución de ejercicios propuestos por el profesor	1
Clase de Prácticas. Sesiones de laboratorio y aula de informática	Las sesiones prácticas en el aula de informática son fundamentales que el estudiante consolide los contenidos de la asignatura y adquiera habilidades básicas computacionales, mediante el manejo de programas (Maxima) y la resolución de problemas complejos o que simulen situaciones profesionales.	<u>Presencial</u> : Manejo de herramientas informáticas. Elaboración e implementación de algoritmos para la resolución de problemas.	0,2
		<u>No presencial</u> : Resolución de problemas planteados y elaboración de informes de prácticas.	0,2
Tutorías individuales y de grupo	Las tutorías serán individuales o de grupo con objeto de realizar un seguimiento individualizado y/o grupal del aprendizaje. Revisión de exámenes por grupos y motivación por el aprendizaje	<u>Presencial</u> : Planteamiento de dudas en horario de tutorías.	0.5
		<u>No presencial</u> : Planteamiento de dudas por correo electrónico	0,5
		<u>No presencial</u> :	
			6

6.2. Resultados (4.5) / actividades formativas (6.1)

Resultados del aprendizaje (4.5)

Actividades formativas (6.1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Clase de teoría	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Clase de problemas. Resolución de problemas tipo y casos prácticos	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Clase de Prácticas. Sesiones de laboratorio y aula de informática						x				x	x	
Tutorías individuales y de grupo	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

7. Metodología de evaluación

7.1. Metodología de evaluación*

Actividad	Tipo		Sistema y criterios de evaluación*	Peso (%)	Resultados (4.5) evaluados
	Sumativa*	Formativa*			
Prueba escrita individual	x	x	<p>Cuestiones teóricas y/o teórico-prácticas: Entre 2 y 4 cuestiones teóricas simples orientadas a: conceptos, definiciones, etc. Se evalúan principalmente los conocimientos teóricos.</p> <p>Problemas: Diferentes problemas (entre 3 y 4) que requieren desarrollos de media o larga extensión. Se evalúa principalmente la capacidad de análisis y de aplicar correctamente los conocimientos teóricos en casos prácticos, aunque también se tendrán en cuenta los cálculos.</p>	80%	1-12
Valoracion de las sesiones de prácticas en el aula de informática y de problemas entregables	x	x	Se resolverá de forma individual mediante el programa Maxima un problema con diferentes apartados bien en el aula de informática o bien como un trabajo a entregar. Se evalúa el planteamiento, el procedimiento seguido y la resolución, así como las destrezas y habilidades para el manejo de instalaciones,	20%	1-12

		<p>equipos y programas informáticos. Eventualmente podrá completarse la evaluación con la entrega de tareas planteadas en las sesiones prácticas.</p> <p>Se realizarán varias sesiones de una hora de formato seminario/taller de problemas, donde los alumnos trabajando en equipo y de forma presencial resuelven y discuten una serie de problemas avanzados entregados previamente. Se evalúa el planteamiento correcto, el uso de procedimientos adecuados, la resolución, y el trabajo en equipo</p>		

En la convocatoria se establecerá los porcentajes mínimos (si los hubiera) en cada una de las actividades de evaluación que el alumno deberá obtener para superar la asignatura.

Tal como prevé el artículo 5.4 del *Reglamento de las pruebas de evaluación de los títulos oficiales de grado y de máster con atribuciones profesionales* de la UPCT, el estudiante en el que se den las circunstancias especiales recogidas en el Reglamento, y previa solicitud justificada al Departamento y admitida por este, tendrá derecho a una prueba global de evaluación. Esto no le exime de realizar los trabajos obligatorios que estén recogidos en la guía docente de la asignatura.

7.2. Mecanismos de control y seguimiento (opcional)

El seguimiento y control del proceso de aprendizaje del estudiante se llevará a cabo mediante las siguientes acciones:

- ✓ Cuestiones planteadas en las clases teóricas y realización de problemas en las clases prácticas en el aula.
- ✓ Supervisión de los problemas propuestos para ser realizados individualmente o en equipo de forma no presencial.
- ✓ Presentación en la pizarra de problemas propuestos.
- ✓ Supervisión del trabajo realizado en las sesiones de prácticas.
- ✓ Tutorías individuales o en grupo.

8 Bibliografía y recursos

8.1. Bibliografía básica*

- [1] J. E. Marsden, A. J. Tromba, *Cálculo Vectorial*, Addison Wesley, 1998.
- [2] J. H. Mathews, K. D. Fink, *Métodos Numéricos con MATLAB*, Prentice may, 2000.
- [3] J. A. Murillo, *Cuaderno de Prácticas*.
- [4] F. Periago, *Teoría de Campos y Ecuaciones en Derivadas Parciales*, Escarabajal, 2003.

8.2. Bibliografía complementaria*

9.2. Bibliografía complementaria

- [1] T. M. Apostol, *Calculus Vol. II*, Reverté, 1986.
- [2] E. Aranda, P. Pedregal, *Problemas de Cálculo Vectorial*, Septem Ediciones, 2003.
- [3] A. C. Fowler, *Mathematical Models in the Applied Sciences*, Cambridge University Press, 1997.
- [4] E. Kreyszig, *Matemáticas avanzadas para Ingeniería Vol. 1-2*, Limusa Wiley, 2000.
- [5] R. Malek-Madani, *Advanced Engineering Mathematics with Mathematica and MATLAB*, Addison Wesley, 1998.
- [6] P. Pedregal, *Iniciación a las Ecuaciones en Derivadas Parciales y al Análisis de Fourier*, Septem Ediciones, 2001.
- [7] P. Pedregal, *Cálculo Vectorial. Un enfoque práctico*, Septem Ediciones, 2002.
- [8] A. Pinkus, S. Zafrany, *Series and Integral Transforms*, Cambridge University Press, 1990.
- [9] M. Rahman, I. Mulolani, *Applied Vector Análisis*, CRC Press, 2008.
- [10] J. S. Robertson, *Engineering Mathematics with Mathematica*, McGraw-Hill, 1995.
- [11] M. Spiegel, *Transformadas de Laplace*, McGraw-Hill (Serie Schaum), 1985.
- [12] H. F. Weinberger, *Curso de Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales con Métodos de Variable Compleja y Transformadas Integrales*, Reverté 1998.

8.3. Recursos en red y otros recursos

- ✓ A través del Aul@Virtual (aulavirtual.upct.es) los estudiantes tendrán acceso a diverso material complementario de la asignatura. En particular podrán descargarse hojas de problemas de los diferentes temas y apuntes de algunas partes de la misma. Este material se repartirá también en clase. Así mismo, se subirán al Aul@Virtual los cuadernos con la guía de las sesiones prácticas.

- ✓ Por otra parte, en Internet puede encontrarse una ingente cantidad de información, esencialmente apuntes de cursos con contenidos similares en su mayoría redactados en inglés, que puede servir como complemento de la asignatura.
- ✓ Los contenidos de Matemáticas II pueden completarse consultando alguno de los portales específicos dedicados a estudiantes de ingeniería como, por ejemplo, www.engineeringtoolbox.com o www.efunda.com. También puede encontrarse material relacionado con los contenidos de la asignatura en la enciclopedia virtual www.wikipedia.org, en sus versiones en inglés o castellano.
- ✓ El programa wxMaxima puede descargarse del sitio web maxima.sourceforge.net, donde existen versiones para los sistemas operativos más usuales (Linux, Mac OS , Windows o Android). También puede encontrarse en dicha página una abundante documentación sobre wxMaxima (guías de instalación y manuales de uso) así como manuales de prácticas, textos de apuntes, etc.