




Universidad
Politécnica
de Cartagena



Guía docente de la asignatura

Cálculo Numérico

Titulación: Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales

CSV:	E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Fecha:	16/01/2019 13:15:34	
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.			
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E			
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Página:	1/19	

1. Datos de la asignatura

Nombre	Cálculo Numérico				
Materia*	Ampliación de Matemáticas (Advanced Mathematics)				
Módulo*	Ampliación de Materias básicas				
Código	512103005				
Titulación	Grado en Ingeniería en Tecnologías Industriales				
Plan de estudios	Plan 5091. Decreto nº 269/2009 de 31 de julio				
Centro	Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial				
Tipo	Obligatoria				
Periodo lectivo	Primer Cuatrimestre			Curso	3º
Idioma	Español				
ECTS	6	Horas / ECTS	30	Carga total de trabajo (horas)	180

* Todos los términos marcados con un asterisco están definidos en *Referencias para la actividad docente en la UPCT y Glosario de términos*:

<http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3330/1/isbn8469531360.pdf>

2. Datos del profesorado

Profesor responsable	Antonio Viguera Campuzano			
Departamento	Matemática Aplicada y Estadística			
Área de conocimiento	Matemática Aplicada			
Ubicación del despacho	Planta baja, despacho B014, Antiguo Hospital de Marina			
Teléfono	968 338905		Fax	968 326493
Correo electrónico	antonio.viguera@upct.es			
URL / WEB	AULA VIRTUAL UPCT			
Horario de atención / Tutorías	Se anunciará al inicio del curso en el aula virtual y en clase			
Ubicación durante las tutorías	Planta baja, despacho B014, Antiguo Hospital de Marina			

Titulación	Doctor en Ciencias (Sección Matemáticas)
Vinculación con la UPCT	Catedrático de Universidad

Año de ingreso en la UPCT	1988
Nº de quinquenios (si procede)	6
Líneas de investigación (si procede)	Sistemas dinámicos hamiltonianos con aplicaciones en Mecánica Celeste: métodos analíticos, cualitativos y numéricos en la dinámica de sistemas rígidos. Movimiento rototraslatorio de cuerpos celestes. Soluciones de equilibrio y estabilidad, etc.
Nº de sexenios (si procede)	2
Experiencia profesional (si procede)	
Otros temas de interés	

3. Descripción de la asignatura

3.1. Descripción general de la asignatura

La asignatura “Cálculo Numérico” se estudia en el primer cuatrimestre del tercer curso de la titulación. Se trata de una asignatura de ampliación de materias básicas, centrada en los métodos numéricos.

El objetivo de la asignatura es conocer los métodos numéricos básicos relacionados en el programa que le permitan al alumnado su aplicación en situaciones concretas propias de su titulación, así como capacitar al alumno para que pueda preparar y manejar algoritmos y programas de cálculo para la resolución de problemas, a la vez que comprenda las posibilidades y limitaciones de las técnicas numéricas.

3.2. Aportación de la asignatura al perfil profesional

Las leyes que rigen buena parte de los problemas estudiados en esta titulación, como transmisión de calor, dinámica de sistemas mecánicos, planificación y control de trayectorias de un robot, análisis de circuitos eléctricos, dinámica de fluidos y medios continuos, deformaciones de sólidos, propagación de ondas, cálculo de estructuras, etc., se modelizan matemáticamente y a menudo acaban traduciéndose en sistemas de ecuaciones lineales o no, problemas de valor inicial o de contorno para ecuaciones diferenciales ordinarias o en derivadas parciales, por lo que no cabe duda de que el conocimiento de estos tópicos, al menos en sus aspectos más básicos y elementales, resulta imprescindible en la formación del ingeniero. Ahora bien, como es sabido pocos son los problemas señalados que pueden abordarse únicamente con las herramientas matemáticas vistas hasta este momento, por ello se hace necesario introducir unos conocimientos mínimos de Cálculo Numérico. En frase de Henrici, podríamos definir el Cálculo (o Análisis) Numérico como “la teoría de los **métodos constructivos** en Análisis Matemático”. Se hace especial énfasis en la palabra constructivo ya que, propuesto un problema matemático, además de estudiar la existencia de solución, hay que dar un

procedimiento para calcularla de modo explícito. Esta solución se construirá mediante algoritmos, entendiendo por tal una especificación no ambigua de operaciones aritméticas en un orden prefijado. La aparición de los ordenadores y su creciente potencia de cálculo ha potenciado el uso y desarrollo de métodos numéricos para resolver multitud de problemas y ha hecho posible abordar problemas tan complejos como el de la predicción meteorológica. Dos serán los objetivos esenciales de esta disciplina: 1º) Dado un problema matemático, encontrar algoritmos, a veces llamados métodos numéricos, que bajo ciertas condiciones permiten obtener una solución aproximada del problema propuesto. Y 2º) Analizar las condiciones bajo las cuales la solución del algoritmo es próxima a la verdadera, estimando los errores en la solución aproximada. Se trata pues de encontrar métodos aproximados para resolver todo tipo de problemas matemáticos y analizar los errores producidos en estas aproximaciones, si bien dada la amplitud de la materia ha sido necesario elegir determinados contenidos en detrimento de otros, los contenidos concretos se desarrollan en el párrafo cinco. En esta elección se han tenido en cuenta, fundamentalmente, las necesidades de los estudiantes de la titulación, intentando que los conceptos estudiados en esta asignatura sean de utilidad y sirvan para poder aprender otros por su cuenta cuando sea preciso. Pero, al mismo tiempo, se busca ofrecer un curso coherente y estructurado, para que el estudiante no perciba el estudio de esta signatura como una mera colección de técnicas y “recetas” para resolver problemas, sino que sea también consciente del significado de los diferentes métodos y conozca sus limitaciones y ámbitos de aplicación, para que sea capaz de decidir cuando un procedimiento es adecuado o no lo es. En resumidas cuentas, aunque un ingeniero no es un matemático, por lo que no tiene obligación de conocer el significado profundo de la materia, en particular los detalles más técnicos y sutiles, sí es un “usuario avanzado”, especialmente aquellos que desarrollarán su actividad profesional en el campo emergente de la I+D+i, tanto en instituciones públicas como en empresas privadas, por lo que debe ser consciente de las dificultades que encierra la utilización de los métodos numéricos contemplados en el programa de la asignatura.

3.3. Relación con otras asignaturas del plan de estudios

Como se ha mencionado ya en el punto 3.1, esta asignatura se plantea como una ampliación de materias básicas, en particular de matemáticas, por lo que es necesario haber superado las asignaturas de Matemáticas I y Matemáticas II. En Cálculo Numérico se proporcionan conocimientos básicos sobre los métodos numéricos fundamentales que permiten obtener soluciones aproximadas a multitud de problemas que se plantean en la ciencia y la técnica; también se capacita al alumno para que pueda preparar y manejar algoritmos y programas de cálculo para la resolución de problemas, a la vez que comprenda las limitaciones y posibilidades de las técnicas numéricas, por ello, los métodos que aquí se le suministran podrían ser utilizados en casi todas las asignaturas a cursar por el alumno en su titulación y serle útiles para la realización del Trabajo Fin de Grado y en su futuro profesional.

3.4. Incompatibilidades de la asignatura definidas en el plan de estudios

Haber superado las asignaturas de Matemáticas I y Matemáticas II

3.5. Recomendaciones para cursar la asignatura

Se recomienda al alumno repasar aquellos contenidos de matemáticas de las asignaturas de Matemáticas I, Matemáticas II y Ampliación de Matemáticas de los dos primeros cursos de su titulación más relacionados con los contenidos de esta asignatura relacionados en el párrafo 5 siguiente.



3.6. Medidas especiales previstas

A la vista de las diferentes problemáticas que puedan presentarse, se adoptarán medidas tendentes a paliar las dificultades y facilitar la integración de los estudiantes en situaciones especiales (discapacitados, alumnos extranjeros, compatibilizando trabajo/estudio, etc.). Se potenciará en particular el uso de medios telemáticos (Aula Virtual, comunicación por e-mail) y de las tutorías.

4. Competencias y resultados del aprendizaje

4.1. Competencias básicas* del plan de estudios asociadas de la asignatura

CB5.- Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía.

4.2. Competencias generales del plan de estudios asociadas a la asignatura

G3.- Conocimiento en materias básicas y tecnológicas, que les capacite para el aprendizaje de nuevos métodos y teorías, y les dote de versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.

4.3. Competencias específicas* del plan de estudios asociadas a la asignatura

E23.- Capacidad para abordar y resolver problemas matemáticos avanzados de ingeniería, desde el planteamiento del problema hasta el desarrollo de la formulación y su implementación en un programa de ordenador. En particular, capacidad para formular, programar y aplicar modelos analíticos y numéricos avanzados de cálculo, proyecto, planificación y gestión, así como capacidad para la interpretación de los resultados obtenidos, en el contexto de la Ingeniería Industrial.

4.4. Competencias transversales del plan de estudios asociadas a la asignatura

T2.- Trabajar en equipo

T3.- Aprender de forma autónoma

4.5. Resultados** del aprendizaje de la asignatura

El estudiante deberá aprender los métodos fundamentales de Cálculo Numérico y ser capaz de aplicarlos en situaciones prácticas relacionadas con los contenidos de la

titulación. Más concretamente, al finalizar la asignatura el estudiante deberá ser capaz de:


1. Determinar las características y limitaciones de los métodos constructivos, la evolución de los errores en los cálculos numéricos, así como el esquema general de construcción y aplicación de los métodos iterativos.
2. Aplicar razonadamente los métodos numéricos fundamentales de resolución aproximada de ecuaciones y sistemas no lineales.
3. Utilizar los principales métodos directos e iterativos para la resolución numérica de sistemas lineales, probando en el segundo caso su convergencia.
4. Definir los problemas de interpolación y aproximación de funciones, así como los principales métodos de interpolación por polinomios y de aproximación en espacios prehilbertianos. Obtener los polinomios de interpolación de diversas formas y aplicarlos para aproximar funciones y determinar la mejor aproximación por mínimos cuadrados continua o discreta de una función dada.
5. Utilizar los polinomios de interpolación para obtener métodos de integración y derivación numérica de tipo interpolatorio. Y utilizar estos métodos para aproximar integrales y derivadas, estimando los errores de los mismos.
6. Manejar los conceptos generales y resultados fundamentales sobre métodos numéricos de integración de problemas de valor inicial en ecuaciones diferenciales ordinarias. En particular, conocer y saber aplicar, en situaciones concretas, los métodos de Euler, Taylor, Runge-Kutta y Adams.
7. Conocer y saber aplicar los métodos en diferencias finitas a la resolución numérica de problemas de contorno para EDO's y para ecuaciones en derivadas parciales, en particular para las ecuaciones del calor, de ondas y de Laplace.
8. Manejar el software científico Maxima para resolver problemas de cálculo numérico relacionados con los contenidos de la asignatura o de otras asignaturas de la titulación que los requieran, así el alumno deberá:
 - Realizar programas propios con Maxima para abordar los diferentes métodos numéricos estudiados en la asignatura.
 - Saber utilizar y depurar programas de algoritmos diseñados en la parte teórica o de prácticas de la asignatura.
 - Estudiar el comportamiento numérico de los códigos programados y dotar al alumno de criterios para seleccionar un algoritmo para un problema concreto.

**** Véase también la *Guía de apoyo para la redacción, puesta en práctica y evaluación de los resultados del aprendizaje*, de ANECA:**

http://www.aneca.es/content/download/12765/158329/file/learningoutcomes_v02.pdf

5. Contenidos

5.1. Contenidos del plan de estudios asociados a la asignatura

CSV:	E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Fecha:	16/01/2019 13:15:34		
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.				
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E				
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j		Página:		6/19

Errores. Algoritmos. Interpolación polinomial. Resolución numérica de ecuaciones y sistemas no lineales. Resolución numérica de sistemas de ecuaciones lineales. Derivación e Integración numérica. Métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales.

5.2. Programa de teoría (unidades didácticas y temas)

UD 1. CÁLCULO NUMÉRICO: GENERALIDADES.

- 1.1. Introducción: métodos de cálculo numérico.
- 1.2. Esquema general de construcción y aplicación de métodos numéricos.
- 1.3. Desarrollos de Taylor y Maclaurin.
- 1.4. Orden y rapidez de convergencia: notaciones o y O de Landau.
- 1.5. Errores en los métodos numéricos.
- 1.6. Algoritmos y diagramas de flujo.

UD 2. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES Y SISTEMAS NO LINEALES.

- 2.1. Introducción.
- 2.2. Ecuaciones no lineales:
 - 2.2.1. El método de bisección.
 - 2.2.2. El teorema del punto fijo: Método de iteración simple.
 - 2.2.3. Métodos de aproximaciones sucesivas, Lagrange, Newton-Raphson y secante.
 - 2.2.4. Aceleración de la convergencia.
- 2.3. Caso particular de las ecuaciones polinomiales.
- 2.4. Sistemas no lineales:
 - 2.4.1. Método de iteración simple en varias variables.
 - 2.4.2. El método de Newton en varias variables y sus variantes.

UD 3. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE SISTEMAS LINEALES. PROBLEMAS DE VALORES PROPIOS.

- 3.1. Introducción. Normas vectoriales y matriciales.
- 3.2. Métodos directos de resolución de sistemas lineales:
 - 3.2.1. Sistemas triangulares.
 - 3.2.2. Eliminación gaussiana: el método de Gauss y sus variantes.
 - 3.2.3. Otros métodos de factorización: LU y Cholesky.
- 3.3. Métodos iterativos de resolución de sistemas lineales:
 - 3.3.1. Generalidades: convergencia y construcción de métodos.
 - 3.3.2. Métodos iterativos particulares: Jacobi, Gauss-Seidel y relajación.
- 3.4. Introducción al cálculo aproximado de valores y vectores propios.

UD 4. INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN DE FUNCIONES.

- 4.1. Interpolación:
 - 4.1.1. Introducción. Diferentes problemas de interpolación.
 - 4.1.2. Interpolación polinomial de Lagrange.
 - 4.1.3. Diferencias divididas: Fórmula de Newton.
 - 4.1.4. Diferencias finitas: Fórmulas de Newton.
 - 4.1.5. Estimación del error en la interpolación.
 - 4.1.6. Funciones spline. Splines cúbicos.
- 4.2. Introducción al problema de la mejor aproximación:
 - 4.2.1. Espacios prehilbertianos.
 - 4.2.2. Ortogonalidad. Bases ortonormales.
 - 4.2.3. Mejor aproximación por mínimos cuadrados.

4.2.4. Mejor aproximación por mínimos cuadrados continua o discreta.

UD 5. DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN NUMÉRICA.

5.1. Derivación numérica:

5.1.1. Fórmulas de tipo interpolatorio. Expresión del error.

5.1.2. Fórmulas de derivación numérica de orden superior.

5.2. Integración numérica:

5.2.1. Fórmulas de tipo interpolatorio.

5.2.2. Fórmulas de Newton-Cotes simples.

5.2.3. Fórmulas de cuadratura compuestas.

5.2.4. Introducción a otros problemas de integración numérica.

UD 6. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE VALOR INICIAL PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS.

6.1. Problemas de valor inicial para ecuaciones diferenciales ordinarias.

6.2. Métodos de un paso generales: definiciones y resultados.

6.2.1. Expresión general de los métodos de un paso

6.3. Métodos de Taylor.

6.4. Desarrollo asintótico del error global y aplicaciones:

6.4.1. Estimación del error global por el método de extrapolación al límite de Richardson.

6.4.2. Extrapolación al límite de Richardson.

6.5. Métodos Runge-Kutta explícitos de m etapas: formulación general:

6.5.1 Tablas de Butcher: ejemplos diversos.

6.5.2. Convergencia y orden de los métodos Runge-Kutta explícitos.

6.6. Formulación general de los métodos lineales multipaso: orden, consistencia, estabilidad y convergencia.

6.7. Los métodos de Adams-Basforth y Adams-Moulton.

UD 7. MÉTODOS EN DIFERENCIAS FINITAS PARA LA RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE CONTORNO PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS Y ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES.

7.1. Introducción.

7.2. Métodos en diferencias finitas para problemas de contorno lineales en ecuaciones diferenciales ordinarias.

7.3. Generalidades sobre ecuaciones en derivadas parciales.

7.4. Ecuaciones elípticas: Problemas de valor en la frontera para ecuaciones de Poisson o Laplace.

7.5. Ecuaciones parabólicas: la ecuación del calor.

7.6. Ecuaciones hiperbólicas: la ecuación de ondas.

5.3. Programa de prácticas (nombre y descripción de cada práctica)

Dentro de las actividades presenciales de la asignatura se contemplan nueve sesiones prácticas de dos horas de duración cada una en el aula de informática, trabajando con la versión disponible del software Maxima, del que los estudiantes podrán disponer libremente, bajándose de la página web <http://maxima.sourceforge.net/es/>, por

CSV:	E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Fecha:	16/01/2019 13:15:34
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.		
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E		
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Página:	8/19



tratarse de software libre, utilizaremos concretamente la opción gráfica wxMaxima, que es mucho más agradable y suele venir incluida con Maxima. Se persigue con ello un triple objetivo:

- Realizar programas propios con Maxima para abordar los diferentes métodos numéricos estudiados en la asignatura.
- Saber utilizar y depurar programas de algoritmos diseñados en la parte teórica o de prácticas de la asignatura.
- Estudiar el comportamiento numérico de los códigos programados y dotar al alumno de criterios para seleccionar un algoritmo para un problema concreto.

Las sesiones prácticas, de dos horas de duración cada una, a realizar en el laboratorio de informática son las siguientes:

1. El entorno wxMaxima: funciones, bloques y programación con Maxima.
2. El entorno wxMaxima: álgebra, cálculo, ecuaciones diferenciales y gráficos.
3. Resolución de ecuaciones y sistemas no lineales.
4. Métodos directos e iterativos de resolución de sistemas lineales.
5. Resolución de ejercicios correspondientes a las prácticas 3 y 4.
6. Interpolación. Derivación e integración numérica. Mejor aproximación por mínimos cuadrados.
7. Métodos numéricos de integración de PVI para ecuaciones diferenciales ordinarias.
8. Métodos en diferencias finitas para la resolución numérica de problemas de contorno para ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales.
9. Resolución de ejercicios correspondientes a las prácticas 6, 7 y 8.

Prevención de riesgos

La Universidad Politécnica de Cartagena considera como uno de sus principios básicos y objetivos fundamentales la promoción de la mejora continua de las condiciones de trabajo y estudio de toda la Comunidad Universitaria.


Este compromiso con la prevención y las responsabilidades que se derivan atañe a todos los niveles que integran la Universidad: órganos de gobierno, equipo de dirección, personal docente e investigador, personal de administración y servicios y estudiantes.

El Servicio de Prevención de Riesgos Laborales de la UPCT ha elaborado un "Manual de acogida al estudiante en materia de prevención de riesgos" que puedes encontrar en el Aula Virtual, y en el que encontraras instrucciones y recomendaciones acerca de cómo actuar de forma correcta, desde el punto de vista de la prevención (seguridad, ergonomía, etc.), cuando desarrolles cualquier tipo de actividad en la Universidad. También encontrarás recomendaciones sobre cómo proceder en caso de emergencia o que se produzca algún incidente.

En especial, cuando realices prácticas docentes en laboratorios, talleres o trabajo de campo, debes seguir todas las instrucciones del profesorado, que es la persona responsable de tu seguridad y salud durante su realización. Consúltale todas las dudas que te surjan y no pongas en riesgo tu seguridad ni la de tus compañeros.

5.4. Programa de teoría en inglés (unidades didácticas y temas)

1. NUMERICAL METHODS: GENERAL CONCEPTS, ERRORS AND ALGORITHMS.

CSV:	E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Fecha:	16/01/2019 13:15:34	
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.			
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E			
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j		Página:	

- 1.1. Introduction: Numerical methods.
- 1.2. General scheme of construction and application of numerical methods.
- 1.3. Taylor and Maclaurin series.
- 1.4. Order and speed of convergence: Landau notations.
- 1.5. Errors in numerical methods.
- 1.6. Algorithms and flowcharts.

2. NUMERICAL SOLUTION OF NONLINEAR EQUATIONS AND SYSTEMS.

- 2.1. Introduction.
- 2.2. Nonlinear equations:
 - 2.2.1. Bisection method.
 - 2.2.2. Fixed point theorem: Simple iteration method.
 - 2.2.3. Methods of successive approximations, Lagrange, Newton-Raphson and secant.
 - 2.2.4. Acceleration of convergence.
- 2.3. Particular case of polynomial equations.
- 2.4. Nonlinear systems:
 - 2.4.1. Simple iteration method in several variables.
 - 2.4.2. Newton's method in several variables and its variants.

3. NUMERICAL SOLUTION OF SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS. EIGENVALUE PROBLEMS.

- 3.1. Introduction. Norms of vectors and matrices.
- 3.2. Direct methods to solve linear systems:
 - 3.2.1. Triangular systems.
 - 3.2.2. Gauss elimination: Gauss and its variants.
 - 3.2.3. Other methods of factoring: The LU and Cholesky decompositions.
- 3.3. Iterative methods to solve linear systems:
 - 3.3.1. Convergence and construction of iterative methods:
 - 3.3.2. Iterative methods of Jacobi, Gauss-Seidel and relaxation.
- 3.4. Introduction to the approximate calculation of eigenvalues and eigenvectors of a matrix.

4. INTERPOLATION AND APPROXIMATION.

- 4.1. Interpolation:
 - 4.1.1. Introduction. Some problems of interpolation.
 - 4.1.2. Lagrange polynomial interpolation.
 - 4.1.3. Divided differences: Newton formula.
 - 4.1.4. Finite differences: Newton formulas.
 - 4.1.5. Estimation of the interpolation error.
 - 4.1.6. Spline functions. Cubic Splines.
- 4.2. Introduction to the best approximation:
 - 4.2.1. Prehilbertian spaces.
 - 4.2.2. Orthogonality. Orthonormal bases.
 - 4.2.3. The best least-squares approximation.
 - 4.2.4. Continuous and discrete least-squares approximation.

5. NUMERICAL DIFFERENTIATION AND INTEGRATION.

5.1. Numerical differentiation:

- 5.1.1. Interpolation formulas. Expression of the error.
- 5.1.2. Higher order derivatives.

5.2. Numerical integration:

- 5.2.1. Interpolation formulas.
- 5.2.2. Simple Newton-Cotes integration formulas.
- 5.2.3. The composite numerical integration formulas.
- 5.2.4. Introduction to others problems of numerical integration.

6. NUMERICAL SOLUTION OF INITIAL-VALUE PROBLEMS FOR ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS.

6.1. Initial value problems for ODEs.

6.2. One-step methods: definitions and results.

- 6.2.1. General expression of one-step methods.

6.3. Method of Taylor.

6.4. Asymptotic expansion of the global error and applications:

- 6.4.1. Estimation of global error by the Richardson extrapolation method.
- 6.4.2. The Richardson extrapolation method.

6.5. The m-stage explicit Runge-Kutta method: general formulation:

- 6.5.1 Butcher tableau: various examples.
- 6.5.2. Convergence and order of explicit Runge-Kutta methods.

6.6. General formulation of linear multistep methods: order, consistency, stability and convergence.

6.7. The Adams-Bashforth and Adams-Moulton methods.

7. DIFFERENCE METHODS FOR BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR ORDINARY AND PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS.

7.1. Introduction.

7.2. Finite difference methods for linear second-order ordinary differential equations.

7.3. Overview of partial differential equations.

7.4. Elliptic equations: The Laplace and Poisson equations.

7.5. Parabolic equations: the heat equation.

7.6. Hyperbolic equations: the wave equation.

5.5. Objetivos del aprendizaje detallados por unidades didácticas

Los objetivos de aprendizaje que se desarrollarán con la asignatura, y que se indican a continuación detallados por el número de unidad didáctica, permitirán que el alumno al finalizar el curso sea capaz de:

UD 1. CÁLCULO NUMÉRICO: GENERALIDADES:

- Conocer el concepto de Método Numérico y de Cálculo o Análisis Numérico.

CSV:	E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Fecha:	16/01/2019 13:15:34
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.		
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E		
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Página:	11/19



- Conocer el esquema general de construcción y aplicación de métodos numéricos.
- Utilizar el esquema de Horner de evaluación de un polinomio.
- Conocer algunos ejemplos de cálculos inestables con crecimiento exponencial del error.
- Utilizar con soltura los desarrollos de Taylor y MacLaurin para funciones reales de una o más variables reales que usaremos frecuentemente.
- Conocer las notaciones "o" y "O" de Landau.
- Conocer el concepto de orden de convergencia de una sucesión.
- Reconocer los distintos tipos de errores en los cálculos numéricos y su evolución cuando se trabaja en aritmética de punto flotante.
- Realizar algoritmos y diagramas de flujo para resolver los problemas planteados a lo largo de la asignatura.

UD 2. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE ECUACIONES Y SISTEMAS NO LINEALES:

- Conocer los conceptos de acotación, separación y aproximación de las raíces de una ecuación, en particular de las raíces reales de una ecuación escalar dada.
- Aplicar algunos teoremas básicos (Bolzano y otros) para separar las raíces reales y para acotar el error absoluto de una aproximación dada de una raíz buscada.
- Conocer y saber aplicar el método de bipartición.
- Conocer el teorema del punto fijo y saber utilizarlo para generar distintos métodos de resolución de ecuaciones.
- Acotar errores y estimar el orden de un método iterativo general para el caso de ecuaciones de la forma $x = g(x)$ con g suficientemente derivable.
- Conocer y saber aplicar los métodos de:
 - Aproximaciones sucesivas
 - Lagrange o de la falsa posición
 - Newton-Raphson
 - La secante
- Conocer y saber aplicar distintos resultados sobre convergencia local y global para el método de Newton.
- Utilizar el método de aceleración de la convergencia para métodos de orden uno.
- Conocer y saber aplicar distintos métodos para acotar y separar raíces de ecuaciones polinómicas.
- Utilizar el teorema del punto fijo para resolver numéricamente sistemas no lineales.
- Conocer y saber aplicar el método de Newton para sistemas no lineales.

UD 3. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE SISTEMAS LINEALES. PROBLEMAS DE VALORES PROPIOS:

- Definir normas vectoriales y matriciales, así como el concepto de compatibilidad entre ambas y el de norma matricial inducida por una vectorial.
- Conocer y saber calcular las normas matriciales inducidas por las normas vectoriales usuales.
- Definir el número de condición de una matriz y sus relaciones con los errores en la resolución de un sistema lineal.
- Conocer y saber aplicar los principales métodos directos de resolución de sistemas lineales: Gauss y sus variantes, LU, Cholesky, etc.

- Conocer el teorema fundamental de convergencia de los métodos iterativos, saber construirlos y estimar el error de una aproximación hallada.
- Conocer y saber aplicar los métodos iterativos de Jacobi, Gauss-Seidel y relajación y algún resultado de convergencia de los mismos.
- Conocer el teorema de Gerschgorin de localización de autovalores de una matriz cuadrada, así como el método de potencias para aproximar el autovalor de módulo máximo de una matriz y su vector propio correspondiente.

UD 4. INTERPOLACIÓN Y APROXIMACIÓN DE FUNCIONES:

- Conocer los tipos más usuales de problemas de interpolación (Lagrange, Taylor, Hermite y trigonométrica).
- Obtener el polinomio de interpolación de Lagrange de diferentes formas, en particular mediante la fórmula de Lagrange, Newton en diferencias divididas y Newton en diferencias finitas (progresivas y regresivas).
- Estimar el error de interpolación.
- Definir las funciones spline de grado m .
- Determinar el spline cúbico natural que interpola a una función dada.
- Definir los conceptos de espacio normado, prehilbertiano y en particular euclídeo, así como los ejemplos usuales en las aplicaciones.
- Definir el concepto de mejor aproximación lineal en un espacio normado.
- Aplicar el algoritmo de Gram-Schmidt para obtener bases ortonormales en espacios prehilbertianos (\mathbb{R}^n o en espacios de funciones dotados de un producto escalar).
- Conocer y saber aplicar el teorema de la proyección para hallar la mejor aproximación por mínimos cuadrados continua o discreta de una función dada mediante funciones de un subespacio de dimensión finita, ya sea resolviendo el sistema lineal de mínimos cuadrados o mediante la suma de Fourier.

UD 5. DERIVACIÓN E INTEGRACIÓN NUMÉRICA:

- Obtener fórmulas de derivación numérica de tipo interpolatorio y sus errores correspondientes.
- Conocer, obtener y saber aplicar la fórmulas usuales de integración numérica simples (en particular las fórmulas de Newton-Côtes) y compuestas, así como determinar los errores de las mismas.
- Conocer el concepto de estabilidad de las fórmulas de derivación e integración numérica.

UD 6. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE VALOR INICIAL PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS: MÉTODOS RUNGE-KUTTA:

- Conocer y saber aplicar el teorema de existencia y unicidad de problemas de valor inicial (PVI) para un sistema diferencial de primer orden.
- Plantear cualquier PVI de orden superior al primero como un PVI para un sistema de primer orden.
- Conocer el concepto de problema bien planteado y numéricamente bien planteado.
- Conocer la expresión general de los métodos de un paso para la resolución numérica de

CSV:	E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Fecha:	16/01/2019 13:15:34
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.		
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E		
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/E2X4IFPOKiqfPoKHVuh6NKE2j	Página:	13/19



un PVI.

- Aplicar el método de Euler a PVI para ecuaciones o sistemas.
- Definir los conceptos de error local, error global, orden, estabilidad, convergencia y consistencia de un método numérico de un paso.
- Conocer y saber aplicar algunos teoremas que permiten estudiar el orden la estabilidad, consistencia y convergencia de un método de un paso.
- Estimar el error global y mejorar la aproximación por el método de extrapolación al límite de Richardson.
- Conocer y saber aplicar los siguientes métodos de un paso:
 - Taylor de orden p .
 - Runge-Kutta explícitos de m etapas (RK(m)).
 - Runge-Kutta "clasico" de cuatro etapas y orden 4.
- Conocer algunos resultados sobre el orden de los métodos RK(m), en particular saber aplicar las ecuaciones de orden para los RK(m) para los casos en que el número de etapas es $m = 2$ o 3 .
- Conocer la formulación general de los métodos lineales multipaso.
- Aplicar los resultados fundamentales sobre orden, estabilidad y convergencia de los mismos en situaciones concretas.
- Conocer y saber aplicar, en situaciones concretas, los métodos de Adams.

UD 7. MÉTODOS EN DIFERENCIAS FINITAS PARA LA RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE PROBLEMAS DE CONITORNO PARA ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS Y ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES:

- Conocer y saber aplicar un teorema de existencia y unicidad de solución de un problema de contorno para una EDO de segundo orden (en el caso general y en el caso de una ecuación diferencial lineal).
- Utilizar un método en diferencias finitas para la resolución numérica de problemas de contorno para EDO's lineales de segundo orden.
- Aproximar las derivadas parciales primeras o segundas en una red de puntos y estimar sus errores de truncatura.
- Utilizar las aproximaciones anteriores para resolver numéricamente ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden , en los siguientes casos particulares sencillos:
 - Ecuación elíptica bidimensional (problemas tipo Dirichlet para ecuaciones de Poisson o Laplace en un rectángulo).
 - Ecuación parabólica del calor (caso unidimensional de propagación del calor en una varilla de longitud unidad). Métodos explícito, implícito y de Crank-Nicolson.
 - Ecuación hiperbólica (caso unidimensional de propagación de la onda en una cuerda vibrante sujeta en los extremos). Métodos explícito e implícito.

6. Metodología docente

6.1. Metodología docente*

Actividad*	Técnicas docentes	Trabajo del estudiante	Horas
Clase de teoría	Clase expositiva y planteamiento de cuestiones puntuables.	<u>Presencial</u> : Toma de apuntes. Planteamiento de dudas. Resolución de cuestiones teóricas.	30
		<u>No presencial</u> : Estudio de la materia.	60
Clase de problemas. Resolución de problemas tipo	Resolución de problemas tipo y planteamiento de cuestiones y problemas para su resolución por parte del alumno.	<u>Presencial</u> : Participación mediante la resolución de cuestiones planteadas. Resolución de ejercicios. Planteamiento de dudas.	12
		<u>No presencial</u> : Estudio los problemas resueltos en el aula. Resolución de ejercicios y problemas propuestos por el profesor.	24
Clase de Prácticas	Las sesiones prácticas en el aula de informática son fundamentales para que el estudiante consolide los contenidos de la asignatura y adquiera habilidades básicas computacionales, mediante el manejo del programa Maxima y la realización de programas para la resolución de problemas numéricos.	<u>Presencial</u> : Resolución de ejercicios y problemas usando Maxima.	18
		<u>No presencial</u> : Resolución de ejercicios y problemas. Repaso de los métodos numéricos presentados.	18
Tutorías individuales y de grupo	Las tutorías podrán ser individuales o de grupo con objeto de realizar un seguimiento individualizado y/o grupal del aprendizaje y para que los alumnos planteen sus dudas al profesor. También aprovecharemos para la revisión de los problemas propuestos y como motivación para el aprendizaje.	<u>Presencial</u> : Planteamiento de dudas en horario de tutorías. <u>No presencial</u> : Planteamiento de dudas por correo electrónico u otros métodos informáticos.	9
Actividades de evaluación sumativa	Se realizarán las siguientes: 1) Una prueba final escrita individual de teoría y problemas (programada por el centro). 2) Dos controles de prácticas en el aula de informática. 3) Asimismo, en algunas clases prácticas se propondrá la resolución individual y en grupos de ejercicios. Todo ello con objeto de comprobar el grado de consecución de las competencias señaladas en el apartado 4.	<u>Presencial</u> : Asistencias a las pruebas y realización de las mismas.	9
			180

6.2. Resultados (4.5) / actividades formativas (6.1)

Actividades formativas (6.1)	Resultados del aprendizaje (4.5)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Clases de teoría	x	x	x	x	x	x	x			
Clases de problemas. Resolución de problemas tipo	x	x	x	x	x	x	x			
Clases de prácticas. Sesiones en el aula de informática	x	x	x	x	x	x	x	x		
Tutorías individuales y de grupo	x	x	x	x	x	x	x	x		
Actividades de evaluación sumativa	x	x	x	x	x	x	x	x		

7. Metodología de evaluación

7.1. Metodología de evaluación*

Actividad	Tipo		Sistema y criterios de evaluación*	Peso (%)	Resultados (4.5) evaluados
	Sumativa*	Formativa*			
<u>Prueba escrita individual final</u> programada por el centro para las convocatorias de febrero, junio o septiembre (1)	x	x	Esta prueba constará de: - <u>Cuestiones teóricas o teórico-prácticas</u> , que equivaldrán al 30 % de esta prueba, en estas se evalúan principalmente los conocimientos teóricos, fijando como criterio principal la concreción y rigor de la respuesta. - <u>Problemas</u> , que equivaldrán al 70 % restante, en ellos se evalúa sobre todo la capacidad de análisis y de aplicar correctamente los conocimientos teóricos en casos prácticos, valorándose no sólo la precisión de las soluciones, sino también la justificación del procedimiento utilizado y la ausencia de contradicciones en las respuestas.	65 %	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
<u>Actividades de evaluación sumativa</u>	x	x	Se realizarán mediante: a) <u>La resolución de problemas propuestos en el aula de clase de teoría y problemas</u> , que equivaldrá a un 10 % del total. b) <u>Dos controles individuales de prácticas</u> , en el aula de informática, que puntuarán a razón de un 10 % de la calificación total cada uno. c) <u>La resolución individual y/o en grupos</u> de los ejercicios de prácticas que se propongan en el aula de prácticas, que puntuarán otro 5 %.	35 %	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
(1) La prueba escrita individual deberá superarse con nota superior a 4 sobre 10 para añadir la correspondiente a las actividades de evaluación sumativa, en otro caso la nota a computar será la de la prueba escrita individual.					

Prueba global.- En la convocatoria de Febrero, correspondiente al primer cuatrimestre en el que se imparte la asignatura, tal como prevé el artículo 5.4 del *Reglamento de las pruebas de evaluación de los títulos oficiales de grado y de máster con atribuciones profesionales* de la UPCT, el estudiante en el que se den las circunstancias especiales recogidas en el Reglamento, y previa solicitud justificada al Departamento y admitida por este, en el periodo establecido al efecto, tendrá derecho a una prueba global de evaluación, en este caso tendrá dos partes: una parte de teoría y problemas que puntuará el 75 % y otra de prácticas (que se realizará en el aula de informática), que puntuará el 25 % restante.

Por otro lado, en las convocatorias de junio y septiembre el alumno podrá elegir, con una antelación mínima de 7 días a la realización del examen correspondiente, entre conservar la nota de las actividades de evaluación sumativa del curso o bien realizar la prueba global de evaluación anteriormente descrita.

7.2. Mecanismos de control y seguimiento

El seguimiento y control del proceso de aprendizaje del estudiante se llevará a cabo mediante las siguientes acciones:

- Calificación de las evaluaciones realizadas individualmente y, si es preciso, revisión de forma presencial.
- Cuestiones planteadas en las clases teóricas y realización de problemas en las clases prácticas en el aula.
- Supervisión del trabajo realizado en las sesiones de prácticas con ordenador y presentación de actividades propuestas.
- Tutorías individuales o en grupo.

8 Bibliografía y recursos

8.1. Bibliografía básica*

- **A. Viguera:** "CÁLCULO NUMÉRICO : Teoría, problemas y algunos programas con Maxima". Universidad Politécnica de Cartagena, CRAI Biblioteca, 2016.
A disposición de los alumnos en el repositorio digital de la UPCT:
<http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/5377/isbn9788460878674.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- **A. Viguera:** "PRÁCTICAS DE CÁLCULO NUMÉRICO CON MAXIMA". Universidad Politécnica de Cartagena, CRAI Biblioteca, 2016.
A disposición de los alumnos en el repositorio digital de la UPCT:
<http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/5378/isbn9788460878681.pdf?sequence=7&isAllowed=y>
- **M. Gasca:** Cálculo Numérico I. UNED. Madrid
Unidades didácticas: 2, 3, 4, 5, 6 y 7
- **D. Kincaid y W. Cheney:** Análisis Numérico: las matemáticas del cálculo científico. Addison-Wesley Iberoamericana. Delaware (E.E.U.U.), 1994.
Cubre todos los contenidos de teoría y problemas de la asignatura.

8.2. Bibliografía complementaria*

DE TEORÍA Y PROBLEMAS:

- **A. Aubanell, A. Benseny y A. Delshams:** Útiles básicos de Cálculo Numérico. Labor. Unidades didácticas: 2, 3, 4, 5 y 6 .
 - **R. L. Burden y J. D. Faires:** "Análisis Numérico (7ª ed)". International Thomson Editores. Madrid, 2002. Unidades didácticas: 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.
 - **J. R. Dormand:** "Numerical Methods for Differential Equations". CRC Press. Unidades didácticas: 6.
 - **F. García Merayo y A. Nevot Luna:** Análisis Numérico (más de 300 ejercicios resueltos y comentados). Paraninfo. Madrid. Unidades didácticas 2, 3, 4 y 5.
 - **W. Gautschi;** "Numerical Analysis (An Introduction)". Birkhäuser. Boston, 1997. Unidades didácticas: 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7.
 - **D. Greenspan y V. Casulli:** "Numerical Analysis for Mathematics, Science and Engineering". Addison-Wesley, 1988. Unidades didácticas: 7.
- J. D. Lambert:** "Computational Methods in Ordinary Differential Equations". John Wiley & Sons, 1998. Unidades didácticas: 6.
- **R. Théodor:** "Initiation a l'analyse numérique". Masson. Paris, 1982. Unidades didácticas: 2, 3, 4, 5 y 6.

DE PRÁCTICAS:

- **Jerónimo Alaminos Prats, Camilo Aparicio del Prado, José Extremera Lizana, Pilar Muñoz Rivas, Armando R. Villena Muñoz:** "Prácticas de ordenador con wxMaxima". Universidad de Granada, 2010.
- **Jesús Arriaza Gómez, José María Calero Posada, Loreto Del Águila Garrido, Aurora Fernández Valles, Fernando Rambla Barreno, María Victoria Redondo Neble y José Rafael Rodríguez Galván:** "Prácticas de Matemáticas con Maxima (Matemáticas usando software libre)". Universidad de Cádiz, curso 2008-2009.
- **David López Medina:** "Curso/taller de Maxima y Prácticas de Cálculo Numérico". Departamento de Matemática Aplicada y Estadística, Universidad Politécnica de Cartagena, 2012.
- **Equipo de desarrollo de Maxima:** Manual de Maxima (versión en español).
- **José Manuel Mira:** "Elementos para prácticas con Maxima". Departamento de Matemáticas, Universidad de Murcia, <http://webs.um.es/mira>
- **Prácticas de Cálculo con Maxima.** Escuela Politécnica de Ingeniería. Universidad de Oviedo, 2010.
- **J. Rafael Rodríguez Galván:** "Maxima con wxMaxima: software libre en el aula de Matemáticas". Departamento de Matemáticas de la Universidad de Cádiz, 2007.
- **Mario Rodríguez Riotorto:** "Primeros pasos en maxima". <http://riotorto.users.sourceforge.net>, 2011.


8.3. Recursos en red y otros recursos

- Del repositorio digital de la UPCT pueden descargarse los dos primeros libros de la bibliografía básica, que desarrollan la asignatura, en los siguientes enlaces:

<http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/5377/isbn9788460878674.pdf?sequence=4&isAllowed=y>

<http://repositorio.upct.es/bitstream/handle/10317/5378/isbn9788460878681.pdf?sequence=7&isAllowed=y>

- Asimismo, a través del aula virtual los estudiantes tendrán acceso a diverso material complementario de la asignatura. En particular, podrán descargarse apuntes de la asignatura, hojas de problemas de los diferentes temas, prácticas con Maxima, así como exámenes resueltos, convocatorias, etc. Este material estará también a su disposición en reprografía.
- Los contenidos de Cálculo Numérico pueden completarse consultando alguno de los portales específicos dedicados a estudiantes de ingeniería como, por ejemplo www.efunda.com. También puede encontrarse material relacionado con los contenidos de la asignatura en la enciclopedia virtual www.wikipedia.org, en sus versiones en inglés o castellano.
- El programa wxMaxima puede descargarse libremente del sitio web maxima.sourceforge.net, donde existen versiones para los sistemas operativos más usuales. También puede encontrarse en dicha página una abundante documentación sobre wxMaxima (guías de instalación y manuales), así como manuales de prácticas, textos de apuntes, etc.

CSV:	E2X4IFPOKiQfPoKHVuh6NKE2j	Fecha:	16/01/2019 13:15:34	
Normativa:	Este documento es copia auténtica imprimible de un documento administrativo firmado electrónicamente y archivado por la Universidad Politécnica de Cartagena.			
Firmado Por:	Universidad Politécnica de Cartagena - Q8050013E			
Url Validación:	https://validador.upct.es/csv/E2X4IFPOKiQfPoKHVuh6NKE2j	Página:	19/19	